

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ПОПУЛЯЦИИ В ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Жданова О.Л.^{1,2}, Фрисман Е.Я.³

¹ФГБУН Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Россия

²Дальневосточный Федеральный Университет, Владивосток, Россия
axanka@iacp.dvo.ru

³ФГБУН Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН, Биробиджан, Россия
frisman@mail.ru

Аннотация: В работе рассматривается комплексный подход к моделированию динамики генетической структуры и численности популяций песцов (*Alopex lagopus*, Canidae, Carnivora), являющихся интересным объектом исследования с точки зрения эволюции и генетического контроля характеристик жизненного цикла животных.

1. Введение

Естественные популяции *A. lagopus*, населяющие прибрежные и континентальные территории, имеют различные по доступности пищевые ресурсы и радикально отличаются по своей репродуктивной стратегии. Прибрежные песцы, имея практически постоянную доступность пищевых ресурсов, дают приплод небольшого размера каждый год. Континентальные же питаются мелкими грызунами, главным образом, полевками, численность которых характеризуется циклическими колебаниями. В голодные годы популяции континентальных песцов демонстрируют крайне низкий репродуктивный уровень; а в годы с обильной пищей (когда в популяциях жертвы наблюдается подъем численности) резко увеличивают свою плодовитость.

2. Модель эволюции

Для описания возможного механизма закрепления генетического разнообразия по размеру помета в популяциях песцов (Aksenovich et al., 2007), демонстрирующих кардинально различающиеся репродуктивные стратегии, применен набор динамических моделей с различными типами естественного отбора. Модель F-отбора в популяции с двумя стадиями развития (система 1) позволяет получить различные типы мономорфизма по рассматриваемому признаку у прибрежных песцов и в фермерских популяциях (Жданова, Фрисман, 2016).

$$\begin{cases} y_1(n+1) = \bar{w}(n) \cdot y_2(n) \\ y_2(n+1) = y_1(n)(1 - y_1(n)) + c \cdot y_2(n) \\ p_1(n+1) = p_2(n)(w_{AA}p_2(n) + w_{Aa}(1 - p_2(n))) / \bar{w}_n \\ p_2(n+1) = (x_n(1 - y_1(n))p_1(n) + cy_2(n)p_2(n)) / y_2(n+1) \end{cases} \quad (1)$$

Где y_1 и y_2 - численности младшего возрастного класса и репродуктивной части популяции, соответственно, в n -ый сезон размножения, $p_1(n)$ и $p_2(n)$ - частота аллеля A в неполовозрелой и половозрелой группе соответственно, c - выживаемость половозрелых особей при переходе к следующему сезону размножения. Репродуктивный потенциал определяется следующим образом: $\bar{w}(n) = w_{AA}p_2(n)^2 + 2w_{Aa}p_2(n)(1 - p_2(n)) + w_{aa}(1 - p_2(n))^2$, где w_{ij} - приспособленность ij -го генотипа.

Для моделирования динамики континентальных популяций песцов, пищей которым служат мелкие грызуны с циклически изменяющейся численностью, рассматриваемая

модель (1) дополнена динамикой популяции жертвы путем введения зависимости репродуктивного потенциала генотипа (w_{ij}) от его функции питания $\alpha_{ij}(x)$:

$$\alpha_{aa}(x_1(n)) = \frac{x_1(n)}{x_{aa} + x_1(n)} \text{ и } \alpha_{AA}(x_1(n)) = \frac{x_1(n)}{x_{AA} + x_1(n)},$$

$$w_{AA}(x_1(n)) = w_{aa}(x_1(n)) = r_{AA} \cdot \alpha_{AA}(x_1(n)), \quad w_{aa}(x_1(n)) = r_{aa} \cdot \alpha_{aa}(x_1(n)), \quad r_{AA} > r_{aa} \text{ и } x_{AA} > x_{aa},$$

где r_{ij} – максимально возможное значение репродуктивного потенциала ij -го генотипа, а x_{ij} – численность жертвы, при которой ij -ый генотип имеет репродуктивный потенциал $r_{ij}/2$.

Динамика жертвы описывается моделью (2), предложенной в (Фрисман и др., 2014), с учетом влияния хищника

$(u = \alpha_0 \cdot y_2(n) \cdot (\alpha_{aa}(x_1(n)) \cdot (1 - p_2(n))^2 + \alpha_{AA}(x_1(n)) \cdot (1 - (1 - p_2(n))^2))) / x_1(n)$ – доля численности сеголеток, изъятая хищником, α_0 – коэффициент переработки биомассы):

$$\begin{cases} x_1(n+1) = (r_1 x_1(n)(1-u) + r_2 x_2(n)) \cdot e^{-\beta(x_1(n)(1-u) + x_2(n))} \\ x_2(n+1) = s \cdot x_1(n)(1-u) + v \cdot x_2(n) \end{cases} \quad (2)$$

Здесь x_1 и x_2 – численность сеголеток и перезимовавших половозрелых особей, соответственно, r_1 и r_2 – репродуктивные потенциалы половозрелых групп, s и v – их выживаемости; β – коэффициент самолимитирования рождаемости.

Предложенная модель сообщества «хищник–жертва» (1-2) обнаруживает полиморфизмы с циклическими колебаниями численности и частот аллелей рассматриваемого гена (рисунок 1), что позволяет объяснить закрепление генетического разнообразия по размеру помета, наблюдаемого в континентальных популяциях песцов.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 15-29-02658).

Литература

- Axenovich T.I., Zorkoltseva I.V., Akberdin I.R., Beketov S.V., Kashtanov S.N., Zakharov I.A., Borodin P.M. Inheritance of litter size at birth in farmed arctic foxes (*Alopex lagopus*, Canidae, Carnivora) // Heredity. 2007. V. 98. P. 99–105.
- Жданова О.Л., Фрисман Е.Я. Математическое моделирование механизма дифференциации репродуктивных стратегий в естественных популяциях (на примере песцов, *Alopex lagopus*) // Компьютерные исследования и моделирование. 2016. Т. 8. № 2. С. 213–228.
- Фрисман Е.Я., Неверова Г.П., Кулаков М.П., Жигальский О.А. Смена динамических режимов в популяциях видов с коротким жизненным циклом: результаты аналитического и численного исследования // Математическая биология и биоинформатика. 2014. Т. 9. № 2. С. 414–429.

