# УЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ В МОДЕЛИ ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРЫ ПОПУЛЯЦИИ АТЛАНТИЧЕСКОЙ ТРЕСКИ

Васильева Н. А.<sup>1</sup>, Владимиров А. А.<sup>1,3\*</sup>, Винтер А. М.<sup>2</sup>

**Аннотация:** предложено развитие модели возрастной структуры атлантической трески с учетом нелинейных эффектов замедления воспроизводства при низкой плотности популяции (эффект Олли) и увеличения смертности при большой плотности (конкуренция за ресурсы). Модель параметризована на исторических данных и используется для оценки рисков критического падения популяции при промышленном рыболовстве.

#### 1. Введение

Модели возрастной структуры популяции широко используются для оценки запасов и определения квот на вылов различных промысловых рыб, в частности, атлантической трески (Gadus morhua), некоторые популяции которой претерпевали резкие падения биомассы (коллапс у берегов Канады 92 года) (Shelton et al, 2006). Даже полный запрет на вылов рыбы не всегда приводит к восстановлению ее биомассы. Интерес представляет разработка механистической модели популяции атлантической трески по данным многочисленных официальных экспериментальных оценок ее параметров, учитывающая возможные нелинейные эффекты ее поведения для дальнейшего изучения и возможности разработки методологии раннего обнаружения признаков изменения режима функционирования рыбной популяции и своевременного изменения промышленной нагрузки.

## 2. Формулировка модели

Состояние популяции в модели в данном году y описывается количеством особей N(y,a) всех возрастов  $a \in [1,A]$ , где A — максимальный возраст рыбы в модели. Масса рыбы,

способной давать потомство, дается уравнением: 
$$SSB(y) = \sum_{x}^{A} N(y,a)P(a)W(y,a)$$
, где  $P(a)$  —

доля особей, дающих потомство и W(y,a) — масса одной особи. Количество потомства в данном году является функцией от SSB прошлого года N(y,1) = R(SSB(y-1)). В данной работе мы предлагаем использовать функцию вида аналитического решения логистического дифференциального уравнения

$$R(SSB) = \frac{L}{1 + e^{-k(SSB - SSB_0)}} \tag{1}$$

характерного для динамики выживания мальков в с среде с ограниченной емкостью L, где k и  $SSB_0$  — параметры степени Олли-эффекта (при малых плотностях популяции), которая в отличие от традиционно применяемых, является механистической, лучше описывает экспериментальные данные R(SSB) и позволяет получить два устойчивых состояния, обсуждавшихся ранее в (Liermann, Hilborn, 2001). Количество особей, выживших в данном году для всех возрастов дается уравнением:

$$\forall a \in [2, A] \ N(y, a) = N(y-1, a-1)e^{-F(y-1, a-1)-M'(y-1, a-1)}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Почвенный институт им. В.В. Докучаева, Междисциплинарная лаборатория математического моделирования почвенных систем, Москва, Россия nadezda.vasilyeva@gmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Университет Осло, Центр экологического и эволюционного синтеза, Осло, Норвегия a.m.winter@ibv.uio.no

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия <a href="mailto:artem.a.vladimirov@gmail.com">artem.a.vladimirov@gmail.com</a>

в котором мы модифицируем естественную смертность, добавляя зависимость от плотности популяции

$$M'(y,a) = M(a) + \ln(1 - TB(y) / TB_{\text{max}})^{-1} - \ln 1.1,$$
(2)

где  $TB_{max}$  — емкость экологической ниши,  $TB(y) = \sum_{a=1}^{A} N(y,a)W(y,a)$  — общая биомасса рыбы,

M(a) — средняя смертность особей возраста a за период наблюдений, F(y,a) — вероятность вылова. Неизвестные параметры модели  $TB_{max}$ , L, k и  $SSB_0$ , определяются из условия минимального отклонения вычисленного SSB(y) от исторических данных

$$q = \sum_{y=1}^{\max_{y}} \left| \log(SSB_{fit}(y)) - \log(SSB_{data}(y)) \right|$$
 (рисунок 1a). Значения  $F(y,a)$  и  $W(y,a)$  в исторический

период известны и используются для параметризации модели. При построении прогноза F(y,a) определяется выбранной стратегией вылова, а W(y,a) — алгоритмом случайного блуждания с параметрами полученными из исторических данных.

#### 3. Результаты и обсуждение

Олли-эффект в новой функции пополнения (уравнение 1) и нелинейная смертность (уравнение 2) позволяют хорошо описать исторические данные и моделировать возможные коллапсы и восстановления (рисунке 1а). На рисунке 1б приведена фазовая диаграмма демографического роста популяции полученная из временной серии симуляции модели с коррелированным случайным блужданием вылова, на которой цветом показаны характерные участки: коллапс (красный), восстановление (зеленый), устойчивое состояние при малой плотности популяции (малиновый), снижение популяции без коллапса (желтый), рост после снижения (синий).

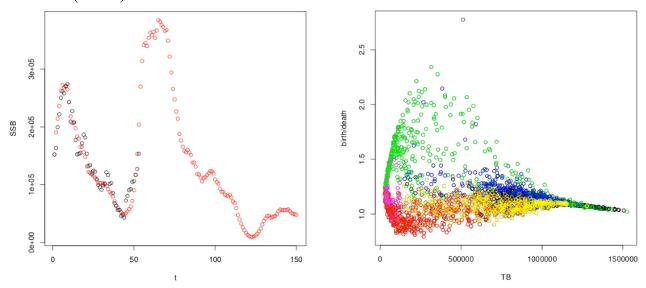


Рисунок 1 – а) (слева) Динамика нерестящейся биомассы (SSB), исторические данные (черный), модель (красный); б) (справа) динамическая демографическая фазовая диаграмма рождение/смертность популяции от общей биомассы рыб (ТВ)

Работа выполнена при поддержке фонда NordForsk в рамках проекта нордикроссийского сотрудничества TerMARisk № 81513.

## Литература

# Материалы Пятой конференции «Математическое моделирование в экологии» ЭкоМатМод-2017, г. Пущино, Россия

- Shelton P.A., Sinclair A.F., Chouinard G.A., Mohn R. and Duplisea D.E. Fishing under low productivity conditions is further delaying recovery of Northwest Atlantic cod (Gadus morhua) // Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences 2006. Vol. 63, Issue 2, pp. 235-238.
- Liermann M., Hilborn. Depensation: evidence, models and implications // FISH and FISHERIES, John Wiley & Sons, Inc. 2001. Vol. 2. Issue 1, pp. 33-58.