

ПРЕСЛЕДОВАНИЕ ЖЕРТВ ХИЩНИКАМИ ДЕСТАБИЛИЗИРУЕТ ОДНОРОДНЫЙ СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ МОДЕЛИ ГАУЗЕ–КОЛМОГорова

Тютюнов Ю.В.^{1,2}, Титова Л.И.², Сенина И.Н.^{2,3}

¹ *Институт аридных зон Южного научного центра РАН, Ростов-на-Дону, Россия*
tyutyunov@sfedu.ru

² *Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия*
litova@sfedu.ru

³ *CLS, Space Oceanography Division, Ramonville Saint-Agne, France*
isenina@cls.fr

Аннотация: анализ непрерывной модели системы хищник–жертва, в которой локальные взаимодействия видов описываются уравнениями Гаузе–Колмогорова, а хищники способны к перемещению по градиенту выделяемого жертвой аттрактанта, показал, что однородный стационарный режим модели колебательно теряет устойчивость при увеличении коэффициента таксиса. Аналитические выводы иллюстрируются результатами вычислительных экспериментов.

1. Введение

Изучение динамических свойств математических моделей систем хищник–жертва позволяет лучше понять закономерности функционирования природных экосистем, и выбрать наиболее адекватные методы построения моделей трофических связей в биологических сообществах (Свирижев, Логофет, 1978; Murray, 2003; Tyutyunov et al., 2007). Наряду с точечными моделями популяционных систем, важную роль в математической экологии играют модели пространственно-временной динамики взаимодействующих популяций, в частности, модели, описываемые дифференциальными уравнениями в частных производных (Okubo, Levin, 2001; Murray, 2003).

2. Математическая модель

Мы представляем результаты анализа системы типа таксис–диффузия–реакция, локальная кинетика которой описывается уравнениями классической модели системы хищник–жертва Гаузе–Колмогорова (Gause, 1934; Kolmogorov, 1972; Kuang, Freedman, 1988):

$$\begin{cases} \frac{\partial N}{\partial t} = Nf(N) - Pg(N) + \delta_N \frac{\partial^2 N}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial P}{\partial t} = ePg(N) - mP + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\chi(S)P \frac{\partial S}{\partial x} + \mu(S) \frac{\partial P}{\partial x} \right); \\ \frac{\partial S}{\partial t} = \kappa N - \eta S + \delta_S \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}. \end{cases} \quad (1)$$

где $N = N(t, x)$ и $P = P(t, x)$ – плотности популяций жертвы и хищника в момент t в точке $x \in [0, L]$, а $S = S(t, x)$ – концентрация вещества, являющегося аттрактантом для хищника, выделяемого жертвами с интенсивностью κ и распадающегося с интенсивностью η ; δ_N , $\mu(S)$ и δ_S – диффузионные коэффициенты жертв, хищников и стимула, соответственно; $\chi(S)$ – коэффициент таксиса хищников; e – коэффициент эффективности потребления жертв; m – коэффициент естественной смертности хищников. Система (1) дополнена краевыми условиями отсутствия потоков на границах местообитания:

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial x} = 0, \quad x = 0, L. \quad (2)$$

На функцию удельной скорости роста популяции жертв $f(N)$ накладываются условия, сформулированные Колмогоровым (Kolmogorov, 1972): $f(0) > 0$; $f'_N < 0$, а на трофическую функцию $g(N)$: $g(0) = 0$; $g'_N > 0$. Условия $\mu(S) > 0$; $d\mu(S)/dS < 0$; $\chi(S) = -d\mu(S)/dS > 0$ обеспечивают положительный таксис хищников в направлении градиента стимула S .

3. Результаты и выводы

Показано, что пространственно неоднородные режимы в модели (1–2) могут возникать вследствие потери устойчивости однородного стационарного режима, индуцируемой интенсивным таксисом хищников при достаточно высокой чувствительности хищника к пространственной неоднородности распределения стимула: $\chi(S_2^*) > \chi_{cr}$. При этом критическое значение коэффициента таксиса $\chi_{cr} > 0$ существует для любых допустимых значений модельных параметров, при которых однородный стационарный режим, соответствующий сосуществованию видов, является устойчивым в отсутствие таксиса хищника. Более того, сложные пространственно неоднородные режимы в модели (1–2) возникают даже при отсутствии членов воспроизводства и смертности в уравнении баланса популяционной плотности хищника, т.е., при $e = m = 0$, а также в упрощённой версии модели с постоянными коэффициентами диффузии и таксиса хищника.

Результаты анализа линеаризованной общей модели (1–2), иллюстрируются вычислительными экспериментами, выполненными для тета-логистической функции роста популяции жертв, $f(N) = r(1 - (N/K)^\theta)$, и трофической функции Ивлева (1955), $g(N) = g_{\max}(1 - e^{-\beta N})$.

Таким образом, настоящее исследование обобщает результаты более ранних работ (Тютюнов и др., 2002, 2009; Arditi et al., 2001; Sapoukhina et al., 2003), в которых рассматривались частные случаи функций локальной кинетики модели (1–2): логистическая функция воспроизводства жертв и трофические функции Холлинга I-го или II-го типа.

Результаты получены в ходе выполнения работ по базовой теме ИАЗ ЮНЦ РАН «Разработка методов геоинформационного моделирования морских и наземных экосистем» № 0259-2014-0004 и базовой части государственного задания Министерства образования и науки РФ, тема «Фундаментальные и прикладные задачи математического моделирования» № 1.5169.2017/8.9.

Литература

- Ивлев В.С. Экспериментальная экология питания рыб. М.: Пищепромиздат, 1955. 272 с.
- Свирижев Ю.М., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. М.: Наука, 1978. 352 с.
- Тютюнов Ю.В., Загребнева А.Д., Сурков Ф.А., Азовский А.И. Микромасштабная пятнистость распределения веслоногих рачков как результат трофически-обусловленных миграций // Биофизика. 2009. Т. 54. № 3. С. 508–514.
- Тютюнов Ю.В., Сапухина Н.Ю., Сенина И.Н., Ардити Р. Явная модель поискового поведения хищника // Журнал общей биологии. 2002. Т. 63. № 2. С. 137–148.
- Arditi R., Tyutyunov Yu., Morgulis A., Govorukhin V., Senina I. Directed movement of predators and the emergence of density-dependence in predator-prey models // Theoretical Population Biology. 2001. V. 59. № 3. P. 207–221.
- Gause G.F. The struggle for existence. Baltimore: Williams and Wilkins, 1934. 163 p.
- Kolmogorov A.N. Qualitative analysis of mathematical models of populations // Problems of cybernetics. 1972. V. 25. P. 100–106.
- Kuang Y., Freedman H.I. Uniqueness of limit cycles in Gause-type models of predator-prey systems // Mathematical Biosciences. 1988. V. 88. № 1. P. 67–84.
- Murray J.D. Mathematical biology II: Spatial models and biomedical applications. Berlin: Springer, 2003. 811 p.
- Okubo A., Levin S.A. Diffusion and ecological problems: modern perspectives. New York: Springer, 2001. 467 p.
- Sapoukhina N., Tyutyunov Yu., Arditi R. The role of prey-taxis in biological control: a spatial theoretical model // American Naturalist. 2003. V. 162. № 1. P. 61–76.

Tyutyunov Yu., Titova L., Arditi R. A minimal model of pursuit-evasion in a predator-prey system // Mathematical Modelling of Natural Phenomena. 2007. Vol. 2. № 4. P. 122–134.