

АССИМИЛЯЦИЯ ДАННЫХ МЕТОДОМ МИНИМИЗАЦИИ СЛУЧАЙНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ В МОДЕЛЯХ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Топаж А.Г.¹, Хворова Л.А.²

¹ООО «Бюро Гиперборея», Санкт-Петербург, Россия

alex.topaj@gmail.com

²ФГБОУ ВО «Алтайский государственный университет»

KhvorovaLA@gmail.com

Аннотация: Предложен новый метод использования в динамических моделях экологических процессов данных оперативно поступающих фактических измерений за некоторыми переменными состояниями (ассимиляция данных). Метод основан на решении вариационной задачи о минимизации мощности неизвестных возмущающих воздействий. Применимость метода продемонстрирована на примере нескольких простых стандартных моделей.

1. Введение

Вопрос оперативной коррекции текущего вектора состояния динамической модели прямыми или косвенными измерениями представляет собой известную задачу теории автоматического управления и называется проблемой ассимиляции или усвоения данных (Шутяев, 2003). Математическая теория ассимиляции данных получила наибольшее развитие в приложении к задачам синоптики (Kalnay, 2003). Однако динамические модели в экологии, например, модели продукционного процесса растений, обладают рядом специфических особенностей по сравнению с задачей прогноза погоды, что делает проблематичным использование известных и развитых подходов из этой предметной области. В докладе предлагается оригинальный подход к ассимиляции данных, основанный на методах решения вариационных задач в теории автоматического управления.

2. Метод минимизации корректирующих возмущений

Запишем уравнение динамики поведения моделируемой системы в виде:

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k) + \xi_k, \quad (1)$$

где первое слагаемое в правой части представляет собой исходную теоретическую модель исследуемого процесса, а второе отражает интегральное влияние неучитываемых в опорной модели факторов и эффектов на каждом шаге рекуррентного пересчета вектора состояния. Делается предположение о том, что именно неучтенное влияние этих неизвестных и неопределенных факторов приводит к тому, что измерения на очередном шаге $\tilde{\mathbf{y}}_k$ оказываются несогласованы с ожидаемыми величинами $\mathbf{y}_k = \mathbf{y}(\mathbf{x}_k)$.

Если считать исходную теоретическую модель априорно заслуживающей доверия, то можно поставить и, в идеале, решить следующую задачу: а какими должны быть минимальные по мощности неучтенные и неизвестные нам возмущения ξ_k , при которых траектория динамики системы может породить вектор состояния в момент K , полностью или в большой мере соответствующий проведенному в этот момент измерению $\tilde{\mathbf{y}}_K$? Разрешив эту задачу, то есть найдя подобные «минимально обеспечивающие» возмущения, мы можем просто проинтегрировать измененную модель (1) на интервале времени от 0 до K и получить некое теоретически обоснованное состояние $\tilde{\mathbf{x}}_K$, которое естественно принять в качестве опорной точки дальнейшего расчета нашей модели в режиме реального времени. Таким образом, формальная постановка задачи может быть записана в виде проблемы оптимального управления:

$$\tilde{\mathbf{x}}_K = \mathbf{x}_K(\xi_k) \mid k = K, \quad \mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k) + \xi(k)$$

$$\xi(k) = \arg \min_{\xi} J(\mathbf{x}, \xi) = \arg \min_{\xi} \left((1 - \gamma) \cdot \|\mathbf{y}(\mathbf{x}_k) - \tilde{\mathbf{y}}_k\| + \gamma \cdot \|\xi_k\| \right) \quad (2)$$

где коэффициент $1 - \gamma$ естественно интерпретировать как относительный показатель доверия измерениям по отношению к модели. При $\gamma \rightarrow 0$ решение будет искажаться в классе возмущений, обеспечивающих точное совпадение модели с измерениями в опорный момент времени, а выбор конкретного возмущения из этого класса согласно критерию малости интегральной мощности будет достигаться в пределе, подобно тому, как это происходит при регуляризации некорректных задач методом сингулярного разложения по малому параметру (Тихонов, Арсенин, 1974).

3. Примеры использования метода

Применимость предложенного подхода можно продемонстрировать на ряде простых примеров. Так, весьма нетривиальные, но здравые результаты получаются для случая рассмотрения даже такой элементарной задачи как движение материальной точки по прямой с постоянной скоростью. При этом получаемая проблема оптимального управления разрешается аналитически в явном виде. Более содержательная постановка получается при исследовании классической системы уравнений Лотки-Вольтерра, описывающей взаимодействие двух антагонистичных видов (хозяин-паразит, хищник-жертва и т.д.) Здесь в качестве корректирующих малых возмущений, «ломающих» исходную модель, можно рассматривать неизвестные и неучитываемые процессы миграции хищников за пределы исследуемого ареала распространения. Полученная из постановки вариационной задачи система дифференциальных уравнений с граничными условиями трансверсальности решалась численно методом «пристрелки».

Предложенный метод минимизации корректирующего возмущения сравнивался с альтернативными известными подходами (Oliosio et al., 2005) – адаптивной идентификацией параметров (для всех параметров) и коррекцией начального состояния (по всем динамическим переменным). Получилось, что для рассматриваемого случая метод «минимального возмущения» приводит к наиболее «щадящей» коррекции модели. Во-первых, соответствующие кривые динамики переменных состояния оказываются наиболее близки к «эталонной» модели, особенно на начальном периоде интегрирования. Во-вторых, отклонение конечной величины ненаблюдаемой переменной, принимаемой за опорное начальное значение на следующих этапах расчета также в данном случае оказывалось наименьшим среди всех вариантов.

4. Заключение

Предлагаемый метод ассимиляции данных оперативных измерений в экологическом моделировании, как представляется, имеет ряд преимуществ по сравнению с имеющимися алгоритмами. Это не только наименее «травматичный» способ коррекции эталонной модели, но и возможность проводить непрерывные, независимые и полностью изолированные от предыдущих стадий процедуры расчетов для каждого нового поступления данных оперативных измерений.

Литература

- Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974.
Шутяев В.П. Операторы управления и итерационные алгоритмы в задачах вариационного усвоения данных. – М.: Наука, 2001.
Kalnay E. Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability. Cambridge University Press, 2003, 341 pp.
Oliosio A., Inoue Y., Ortega-Farias S., Demarty J., Wigneron J-P., Braud I., Jacob F., Lecharpentier P., Ottlé C., Calvet J-C., Brisson N. Future directions for advanced evapotranspiration modeling: Assimilation of remote sensing data into crop simulation models and SVAT models // Irrigation and Drainage Systems, 2005, v. 19, P. 377-412.