

## ДИНАМИКА ЧИСЛЕННОСТИ ЖИВОТНЫХ: ADL-МОДЕЛИ

Суховольский В.Г.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт леса им В.Н Сукачева Сибирского отделения РАН, ФИЦ КНЦ СО РАН,  
Красноярск, Россия  
[soukhovolsky@yandex.ru](mailto:soukhovolsky@yandex.ru)

**Аннотация:** Описан подход к построению ADL (autoregressive distributed lag)-моделей динамики численности популяций животных, включающий процедуру трансформации исходного временного ряда популяционной динамики, оценку его порядка интегрируемости и порядка авторегрессии, выбор модифицирующих (погодных) факторов, влияющих на популяционную динамику, тестирование исходных временных рядов и полученных моделей с использованием тестов Дики-Фуллера, Льюнга-Бокса, Ингла-Грейнджера, и оценку устойчивости по запасу модели.

Три группы факторов, оказывающих влияние на численность популяции животных – враги (паразиты, хищники и болезни), модифицирующие факторы (прежде всего погода) и состояние корма. В классической модели Лотки-Вольтерра (одна и та же математическая конструкция в зависимости от выбора моделируемых объектов носит разные названия: «паразит – хозяин», «хищник – жертва» или «ресурс – потребитель») описывается лишь взаимодействие особей моделируемых популяций  $x$  и  $y$  (Базыкин, 2003; Вольтерра, 1976):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = kx(A - x) - bxy \\ \frac{dy}{dt} = -cy + mbyx \end{cases} \quad (1)$$

Используя (1), обычно рассматриваются взаимодействия паразитов и хищников, а также ресурс  $x$  и потребляющую этот ресурс популяцию животных  $y$ . Влияние же модифицирующих (погодных) факторов с помощью модели (1) описать затруднительно. Действительно, для описания влияния погодных факторов на динамику численности популяций жертвы и хищника нельзя ввести влияние погоды как дополнительных аддитивных членов в уравнения системы. Более корректно учитывать влияние погоды через зависимость от погодных факторов коэффициентов системы (1). Но в этом случае вместо двух модельных уравнений, описывающих взаимодействия популяций, придется рассматривать систему из семи нелинейных уравнений. Фактически в показателях текущей плотности популяции насекомых содержится вся информация о регуляторных процессах в экосистеме и влиянию внешних факторов и для понимания закономерностей функционирования сообщества, включающего моделируемую популяцию, ее хищников и паразитов, а также внешних модифицирующих факторов рассмотрена возможность использования ADL (autoregressive distributed lag)-модель, широко используемую в различных приложениях технических и экономических приложениях (Stock, Watson, 2011):

$$L(s) = \sum_{j=1}^k a(j)L(s-j) + \sum_{j=0}^h b(j)Y(s-j) + X_0, \quad (2)$$

где  $s$  – такт времени;  $L(s)$  – логарифм плотности моделируемой популяции;  $Y(s)$  – значение модифицирующего фактора,  $k$  и  $h$  – порядки авторегрессии.

Для определения порядка  $k$  авторегрессии для заданного временного ряда возможно вычислить частную (парциальную) автокорреляционную функцию моделируемого временного ряда (Бокс, Дженкинс, 1974).

Качество AR- или ADL-модели можно определить с помощью двух показателей – степени согласия данных учетов и модельных плотностей и величины фазового сдвига между рядом данных учетов и модельным временным рядом. Оценка согласия амплитуд модельных и натуральных данных производилась по показателю коэффициента детерминации  $R^2$  регрессионного уравнения (2). Для определения фазового сдвига модельного и натурального рядов плотностей популяции вычислялась взаимная корреляционная функция модельного временного ряда и трансформированного ряда  $\{L(s)\}$  натуральных данных. Если максимум взаимной корреляционной функции приходился на сдвиг  $k = 0$  и при этом значение взаимной корреляционной функции  $f(k = 0)$  было близко к 1, это указывало на то, что модельный и натуральный временные ряды изменялись синхронно и сдвигов по фазе между этими рядами не наблюдалось. Для оценки качества модели также использовались тесты Дики-Фуллера, Льюнга-Бокса, Ингла-Грейнджера, и рассчитывалась устойчивость по запасу модели.

## Литература

- Базыкин А.Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2003. 368 с.
- Бокс Дж. Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.: Мир, 1974. Вып.1. 406 с.
- Вольтерра В. 1976. Математическая теория борьбы за существование. М: Наука. 288 с.
- Stock J.H., Watson M.W. Introduction to Econometrics. Addison-Wasly, 2011. 832 p.