ОПТИМАЛЬНЫЙ ПРОМЫСЕЛ И УСТОЙЧИВОСТЬ СТРУКТУРИРОВАННОЙ ПОПУЛЯЦИИ

Ревуцкая О.Л.[1], Фрисман Е.Я.[1]

[1] *ФГБУН Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН, Биробиджан, Россия*

oksana-rev@mail.ru, frisman@mail.ru

Аннотация: Показано, что равновесный промысел из двухвозрастной популяции с постоянной «оптимальной» - обеспечивающей максимум равновесного урожая - долей изъятия может приводить к колебаниям численности. Стабилизация динамики системы происходит при стратегии промысла, основанной в регулярном изъятии излишка численности над значением, обеспечивающим максимальный прирост популяции.

1. Введение

Одним из важных вопросов при исследовании динамики численности популяции является проблема стабилизации численности при промысловом изъятии. Хорошо известно, что ведение промысла с оптимальной долей изъятия, обеспечивающей максимум равновесного урожая в однородной популяции (т.е. без учета возрастной структуры), снимает популяционные колебания и приводит к стабилизации ее численности (Фрисман и др., 2003). В связи с этим, весьма актуально определить, может ли промысел с постоянной оптимальной долей изъятия стабилизировать динамику численности лимитированной популяции с возрастной структурой.

2. Промысловое воздействие на структурированную популяцию

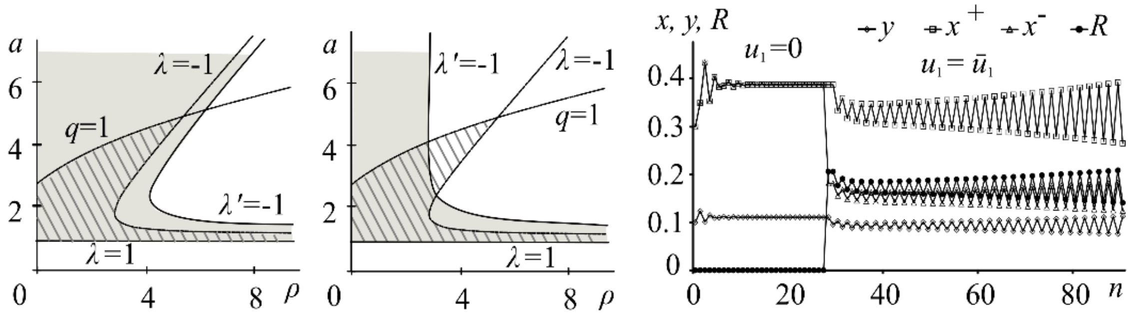
Рассмотрим популяцию, динамика численности которой может быть представлена к началу очередного сезона размножения совокупностью двух возрастных классов: младшего, включающего неполовозрелых особей, и старшего, состоящего из особей, участвующих в размножении. Пусть в результате промысла из каждой возрастной группы после периода размножения изымается некоторая постоянная доля особей. Динамика численности такой популяции может быть описана при помощи следующих уравнений

$$\begin{cases} X_{n+1} = (aY_n)(1-u_1) \\ Y_{n+1} = (1-\alpha X_n - \beta Y_n) X_n + vY_n)(1-u_2) \end{cases}, \qquad (1)$$

где n – номер сезона размножения, X – численность младшего возрастного класса, Y – численность старшего возрастного класса, составляющего репродуктивную часть популяции, a (a>0) – репродуктивный потенциал популяции, v ($0<v\leq 1$) – коэффициент выживаемости взрослых особей, α ($\alpha\geq 0$) и β ($\beta\geq 0$) – коэффициенты, характеризующие интенсивности конкурентного воздействия неполовозрелых и половозрелых особей, соответственно, u_1 ($0\leq u_1\leq 1$) и u_2 ($0\leq u_2\leq 1$) – доли изъятия молоди и взрослых особей, соответственно. В случае отрицательных значений функция выживаемости молоди (т.е. s=1-αX-βY) обнуляется. Исследование системы (1) упрощается, если ввести новый параметр $\rho=\beta/\alpha$.

Задача оптимизации заключается в определении оптимальных долей изъятия и равновесных численностей, обеспечивающих такой равновесный промысел, который с учетом цен дает максимальный доход от его реализации. Показано, что любая стратегия промысла, при которой одновременно изымаются особи из двух возрастных классов, не может быть оптимальной. Оптимальным является изъятие фиксированной доли от численности особей только одной из возрастных групп. Аналогичные результаты были также получены в работе (Жданова, Фрисман, 2014).

В результате исследования устойчивости равновесного состояния популяции (в нашем случае, нетривиального стационарного решения системы (1)), существующего при оптимальном промысле одного из возрастного класса, оказалось, что динамика эксплуатируемой системы усложняется, если принимать в рассмотрение тот факт, что особи разного возраста с различной степенью интенсивности оказывают влияние на процессы выживаемости молоди. Продемонстрировано, что равновесный промысел из двухвозрастной популяции с постоянной оптимальной долей изъятия возможен в ограниченной области параметрического пространства (рисунок 1, *а*, *б*).



а) ν=0.1, u_1=0, u_2=$\bar{u}_2$ *б)* ν=0.1, u_2=0, u_1=$\bar{u}_1$ *в)* a=3.5, ρ=3.2, ν=0.1, $\bar{u}_1$=0.53

Рисунок 1 – *а*, *б*) Области устойчивости равновесных решений эксплуатируемой (выделена заливкой) и свободной от промысла (выделена штриховкой) систем. $\bar{u}_1$ и $\bar{u}_2$ – оптимальные доли изъятия молоди и взрослых, соответственно. *в*) Изменение численностей (y – численность взрослых, x^+ и x^- – численности молоди до и после промысла, соответственно), и объемов промысла (R – число изъятых особей) при изъятии молоди.

В случае потери устойчивости равновесного решения эксплуатируемой популяционной системы сохранение используемой стратегии приводит к колебаниям численности. При этом промысловое воздействие на старший возрастной класс приводит к периодической динамике лишь в той области значений параметров, где подобная динамика наблюдается и для неэксплуатируемой популяции (рисунок 1, *а*). Вместе с тем, изъятие молоди может изменить тип динамического поведения, характерного для свободной популяции, и даже вызывать регулярные колебания численности при значениях параметров, обеспечивающих устойчивое равновесие в отсутствии промысла (рисунок 1, *б, в*). Заметим, что интервал значений параметра ρ, при котором введение промысла с оптимальной долей изъятия молоди стабилизирует численность популяции, вне зависимости от характера динамики неэксплуатируемой популяции, существенно меньший, чем в случае оптимального изъятия из старшего возрастного класса.

Таким образом, оптимальный промысел из двухвозрастной популяции, основанный на стратегии постоянной оптимальной доли изъятия, возможен в ограниченной области параметрического пространства, где стационарные решения модели устойчивы. В случае потери устойчивости равновесной численности эксплуатируемой популяции эта стратегия приводит к колебаниям численности и перестает быть как равновесной, так и оптимальной. Стабилизация динамики системы происходит при стратегии промысла, основанной в регулярном изъятии излишка численности над значением, соответствующего величине максимального воспроизводства популяции.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекта 15-29-02658 офи_м), а также комплексной программы фундаментальных исследований "Дальний Восток".

Литература

Фрисман Е.Я., Ласт Е.В., Сычева Э.В. Динамическая неустойчивость в математических моделях динамики численности промысловых видов рыб. Препринт. Биробиджан: ИКАРП ДВО РАН, 2003. 54 с.

Жданова О.Л., Фрисман Е.Я. Модельный анализ последствий оптимального промысла для эволюции двухвозрастной популяциии // Информатика и системы управления. 2014. №2(40). С. 12-21.