

МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТЬ В МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ ПОПУЛЯЦИИ С ВОЗРАСТНОЙ И ПОЛОВОЙ СТРУКТУРОЙ

Ревуцкая О.Л.¹, Кулаков М.П.², Неверова Г.П.³, Фрисман Е.Я.⁴

^{1,2,4}ФГБУН Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,
Биробиджан, Россия

¹oksana-rev@mail.ru, ²k_matvey@mail.ru, ⁴frisman@mail.ru

³ФГБУН Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Россия
galina.nev@gmail.com

Аннотация: исследуется динамика численности лимитированной популяции с возрастной и половой структурами. Подробно изучены механизмы потери устойчивости в рассматриваемой модели. Показано, что в параметрическом пространстве возникают области мультистабильности. В результате даже небольшая вариация текущей численности, изменяющая соотношение полов, может привести к кардинальной смене наблюдаемого динамического режима.

1. Описание модели

В данном сообщении приводятся результаты, полученные в ходе развития предложенной ранее модели динамики численности популяции с возрастной и половой структурой (Фрисман и др., 2010):

$$\begin{cases} P_{n+1} = a \cdot c(F_n, M_n) \\ F_{n+1} = \delta w_1 P_n + s F_n \\ M_{n+1} = (1 - \delta) w_2 P_n + v M_n \end{cases} \quad (1)$$

где n – номер сезона размножения; P – численность особей в младшем возрастном классе; F , M – численности половозрелых самок и самцов; a – коэффициент рождаемости; $c(F, M)$ – функция образования пар; δ – доля самок среди новорожденных; w_1 и w_2 – выживаемости неполовозрелых, а s и v – выживаемости половозрелых самок и самцов, соответственно.

Предполагается, что число образованных пар c зависит от соотношения численностей самок и самцов в популяции. Кроме того, учитывается, что самки способны давать потомство лишь однажды за сезон размножения. Тогда функция образования пар может быть записана в виде: $c(F_n, M_n) = \min(F_n, 2F_n M_n / (F_n / h + M_n))$, где h характеризует тип брачных отношений в популяции и соответствует среднему размеру гарема. Условие переключения соответствует балансу полов и имеет вид: $F = hM$.

Полагаем, что выживаемости неполовозрелых самок и самцов не различаются и являются популяционными параметрами, наиболее чувствительными к плотности населения, – они линейно убывают с ростом численностей младшего и старшего возрастных классов, причем влияние половозрелых самок и самцов полагается одинаковым: $w_1 = w_2 = 1 - \alpha P - \beta(F + M)$, где α и β – коэффициенты, описывающие интенсивность внутривидовой конкуренции. В случае отрицательных значений функция выживаемости молодежи обнуляется.

Учитывая предложенные функции образования пар и выживаемости молодежи и переходя к новым безразмерным переменным $p = \alpha P$, $f = \alpha F$, $m = \alpha M$ – относительным численностям, – модель (1) можно записать в виде:

$$\begin{cases} p_{n+1} = a \min(f_n, 2f_n m_n / (f_n / h + m_n)) \\ f_{n+1} = \delta(1 - p_n - \rho(f_n + m_n))p_n + s f_n \\ m_{n+1} = (1 - \delta)(1 - p_n - \rho(f_n + m_n))p_n + v m_n \end{cases}, \quad (2)$$

где $\rho = \beta/\alpha$.

2. Результаты исследования модели

Проведено исследование структуры популяции в равновесном состоянии. Показано, что потеря устойчивости равновесия может происходить по двум сценариям: Неймарка–Сакера (динамика численности возрастных классов переходит в квазипериодический режим) и Фейгенбаума (в системе возникают устойчивые колебания численности, сопровождающиеся каскадом бифуркаций удвоения периода). Подробно исследованы сложные сценарии переходов между различными режимами динамики численности популяции, которые обусловлены не только изменениями популяционных параметров, определяющих интенсивность воспроизводства, выживаемости и саморегуляции, но и особенностями процесса образования брачных пар.

Исследуемая модель (2) демонстрирует весьма сложное динамическое поведение в зависимости от начальных значений численности и способа образования пар (рисунок 1). Например, в области переключения, где динамика численности формируется путем чередования значений функций образования пар, возможно сосуществование четырех динамических режимов: неподвижной точки (число образованных пар соответствует числу самок), 3-, 6- и 12-циклов (количество пар меняется).

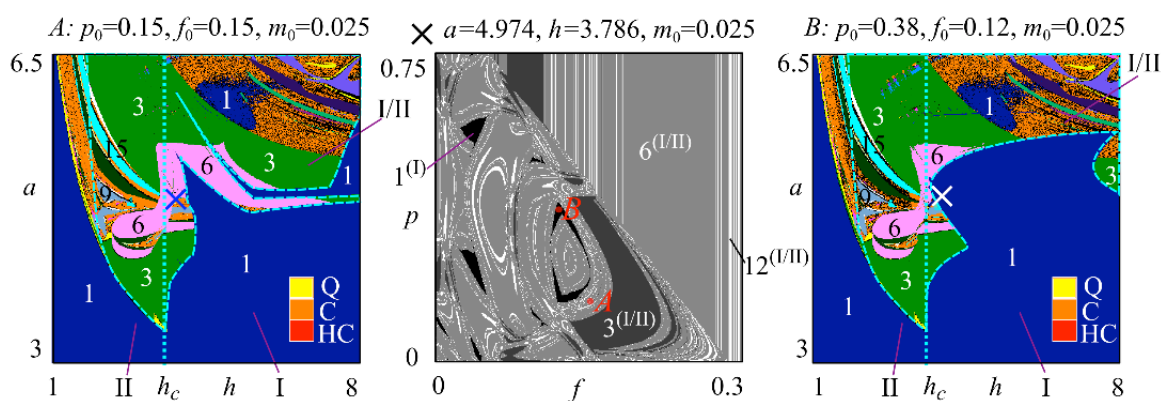


Рисунок 1 – Карты динамических режимов модели (2) при $\delta = 0.5$, $s = 0.75$, $v = 0.1$, $\rho = 3.2$ и бассейны притяжения. Бассейны притяжения построены при параметрах h и a , значения которых обозначены крестиками на картах динамических режимов. В области I количество новорожденных определяется числом половозрелых самок, II – средним гармоническим числом самок и самцов, I/II – их чередованием.

Таким образом, обнаружено, что в параметрическом пространстве модели возникают области мультистабильности, в которых вариация начального условия может привести к реализации того или иного динамического режима. При этом сосуществующие режимы возникают не только в результате бифуркаций, характерных для нелинейных динамических систем, но и в результате переключения функции образования пар. Следовательно, даже небольшая вариация текущей численности, изменяющая соотношение полов, усложняет поведение популяции и может привести к кардинальной смене наблюдаемого динамического режима (Ревуцкая и др., 2017).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-31-00218 мол_а), а также комплексной программы фундаментальных исследований "Дальний Восток".

Литература

- Фрисман Е.Я., Ревуцкая О.Л., Неверова Г.П. Моделирование динамики лимитированной популяции с возрастной и половой структурой // Математическое моделирование. 2010. Т. 22. № 11. С. 65–78.
- Ревуцкая О.Л., Кулаков М.П., Неверова Г.П., Фрисман Е.Я. Влияние соотношения полов на динамику численности двухвозрастной популяции // Математическая биология и биоинформатика. 2017. Т. 12. № 2. С. 237–255. doi: 10.17537/2017.12.237.