

ПРИЛОЖЕНИЯ НЕЭКСТЕНСИВНОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ ТСАЛЛИСА В ЭКОЛОГИИ И ГЕОГРАФИИ

Пузаченко Ю.Г.¹, Кренке А.Н.², Пузаченко М.Ю.², Сандлерский Р.Б.¹

¹Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН, Москва, Россия
jpuzak@gmail.com

²Институт географии РАН, Москва, Россия
Krenke-igras@yandex.ru

Аннотация: Рассматриваются общие теоретические основания неэкстенсивной статистической механики, методы оценки термодинамических переменных для реальных исследуемых эколого-географических систем трактуемых как статистический ансамбль. В докладе рассматриваются результаты их оценок для широкого класса эколого-географических систем. Отмечается, что применяемые методы существенно усиливают понимание процессов самоорганизации.

Термодинамику и статистическую механику можно рассматривать как модель макроскопического поведения сложной системы. Мы представляем объект любой природы как макроскопическую систему, состоящую из множества элементов, которые определяются импульсом и координатами, или массой и скоростью и, соответственно, действием или энергией (ϵ_i). В другой трактовке (Трайбус, 1970) мысленно разбиваем пространство (фазовое пространство), занятое системой, на равные ячейки. В каждой i -ячейке могут находиться n_i элементов. Нас интересует, какова вероятность обнаружить в системе элемент с уровнем энергии ϵ_i ($i=1,2,3,\dots,n$) или с средним для ячейки $\langle E_i \rangle$. Предполагается, что наши элементы находятся в движении и сталкиваются друг с другом перераспределяясь по ячейкам и передают друг другу импульс и энергию. Обратим внимание на то, что это очень общая модель, в рамках которой при некотором воображении интерпретируема система любой природы. Теория термодинамики и статистической механики Гиббса положены В.И.Вернадским в основу модели биосферы и живого вещества (Пузаченко, 2013). В соответствии с общими представлениями, экстенсивные переменные это – общее число элементов N и масса M , объем V , энергия U , энтропия S , теплоемкость C , а интенсивные переменные – это температура T , давление P и химический потенциал μ . Для разных типов систем их физический смысл может быть несколько отличаться, однако в большинстве случаев удастся найти их удовлетворительную трактовку. Соотношение между энергией и энтропией наиболее удачно определил Тсаллис (Tsallis, 2009) “Энергия имеет дело с возможностями системы; энтропия – с вероятностями этих возможностей”(стр. 15). Еще на заре становления кибернетики фон Фёрстер (1964) сформулировал представления о трех типах макроскопических систем, выделяемых на основе знака производной энтропии во

времени: $\frac{dS}{dt} = 0$ - механическая система, $\frac{dS}{dt} > 0$ - термодинамическая, $\frac{dS}{dt} < 0$ -

самоорганизующаяся. Им была введена мера организации $R = 1 - \frac{S}{S_{\max}}$, $S_{\max} = \ln(k)$, где k –

число состояний (энергетических уровней) системы. В экологии несколько позже Pielou

была введена мера выравниванности рангового распределения (evenness) $E = \frac{S}{S_{\max}}$. Очевидно,

что оба индекса имеют одну и ту же логическую основу, но смысловое содержание индекса организации существенно богаче. Если предположить, что наша система –

самоорганизующаяся, то $\frac{dR}{dt} = - \frac{S_{\max} (dS/dt) - S(dS_{\max}/dt)}{S_{\max}^2}$ и $S \frac{dS_{\max}}{dt} > S_{\max} \frac{dS}{dt}$. Отсюда

следует, что существует два пути самоорганизации: в результате снижения энтропии S и/или увеличения $S_{\max}$, то есть – числа классов. Так как число классов есть функция числа

элементов N и $S_{maz} = a + b \log_2 N$, то самоорганизация может наблюдаться при «размножении» системы, при поддержании соответствующего уровня энтропии S . Теория самоорганизации и диссипативных систем в рамках термодинамики несколько позже была развита Николисом и Пригожиным (Nicolis, Prigogine, 1977). В соответствие с этими представлениями в общем случае устойчивость возникающих структур поддерживается постоянной диссипацией энергии. Ёргенсен и Свирежев (Jorgensen S.E., Y.M. Svirezhev, 2004) рассмотрели общий подход термодинамики Больцмана-Гиббса к макроскопическому описанию термодинамики биосферы и вслед за Стратоновичем (1985) рассмотрели информацию Кульбака как переменную, отражающую расстояние исследуемой системы от равновесного или стационарного состояния с ее использованием разработали оценку полезной работы (эксергия) в области далекой от равновесия. Несмотря на то, что статистическая механика Больцмана-Гиббса описывает макроскопическую систему с линейными слабыми взаимодействиями элементов, было показано, что пространственно-временная динамика термодинамических переменных биосферы, оцениваемых на основе мультиспектральной дистанционной информации, хорошо отражает теоретические представления о динамике неравновесных термодинамических систем (Puzachenko и др. 2011, 2013, 2016)

Теорию неаддитивной статистической механики можно рассматривать как следующий шаг в построении термодинамической макроскопической модели системы далекой от равновесия (Зарипов, 2002, Tsallis, 2009). Постулируются, что отношения между

элементами описываются как $\frac{dy}{dx} = y^q$. Постулируется, что интеграл от этого выражения

соответственно $y = [1 + (1 - q)x]^{\frac{1}{1-q}} \equiv e_q^x$ и обратное отношение $y = \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q} \equiv \ln_q x$. Отношения

между элементами в системе Больцмана-Гиббса есть частный случай при $q=1$. Наиболее полной формой рангового распределения для наиболее общей формы действия на микроскопическом уровне будет (Tsallis, 2009), для которого распределения Гиббса есть частный случай при $q=1$:

$$p_i = \frac{[1 - (1 - q)\beta_q(\varepsilon_i - E_q)]^{\frac{1}{1-q}}}{Z_q}, \quad E_q = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \frac{p_i^q}{\sum_{i=1}^n p_i^q} \text{ средняя, температура распределения}$$

Гиббса $\beta = \beta_q \sum_{i=1}^n p_i^q$, статистическая сумма $Z_q = \sum_{i=1}^n e_q^{-\beta_q(\varepsilon_i - E_q)}$. Соответственно, q -энтропия

системы есть $S_q = \frac{1 - \sum_{i=1}^n p_i^q}{q - 1}$ и $S_q^{\max} = \ln_q n$, - максимум энтропии при $p_i = \frac{1}{n}$. При $q=1$ q -

энтропия тождественна энтропии Гиббса. При $q>1$ системе реализуются внутренние корреляции и чем больше q , тем больше их вклад в организацию системы. Соответственно, при прочих равных условиях, чем больше q , тем меньше q -энтропия. Совместная энтропия объединения двух независимых неэкстенсивных систем будет $S_q(A, B) = S_q(A) + S_q(B) - (1 - q)S_q(A)S_q(B)$. Если $q=1$ то система соответствует известному утверждению BGS модели, что совместная энтропия двух независимых систем равна сумме их энтропий. В модели Тсаллиса энтропии независимых систем неаддитивны. Если $q>1$ систему называют субаддитивной, а $q<1$ супераддитивной. Для неэкстенсивной энтропии информация Кульбака, оценивающая «расстояние» между двумя системами, есть

$$I_q(A/B) = \sum_{i=1}^k p_i \frac{[p_i / p_g]^{q-1} - 1}{q-1} \quad \text{при } q=1, \text{ тождественно информации в термостатике BG.}$$

Информация в системе Тсаллиса, так же как и энтропия неаддитивны, но общая схема взаимодействия систем остается той же.

Как и в случае модели Больцмана Гиббса имеем следующее соотношение основных

$$\text{термодинамических переменных } F_q = U_q - TS_q = -\frac{1}{\beta} \ln_q Z_q = -T \frac{\sum_{i=1}^w \varepsilon_i p_i^q}{1-q}. \text{ Для неэкстенсивной}$$

(неаддитивной) энтропии Тсаллиса сохраняется второе начало термодинамики, приращение

$$q \frac{dS_q}{dt} \geq 0 \text{ и ноль достигается в условиях равновесия при максимуме энтропии и минимуме}$$

информации Кульбака. Чем больше I_q , тем дальше система от равновесия и больше свободная энергия (эксергия). С другой стороны эксергия оценивается по справочному равновесному состоянию системы (Jorgensen S.E., Y.M. Svirezhev. 2004). Соответственно

$$Ex_q = RT(AI_q + A \frac{(A/A_0)^{q-1} - 1}{q-1} - (A - A_0)), \text{ где } R - \text{газовая постоянная, } T - \text{температура среды,}$$

A - масса вещества в системе, A_0 - масса вещества в равновесной системе.

Для неэкстенсивной системы величина q -индекса зависит от оцениваемых свойств динамики и фазового пространства системы. Для динамических систем оценивается q – триплет отражающих три свойства системы. Индекс q_{stat} оценивается на основе равновесной модели рангового распределения с использованием методов нелинейного оценивания. Метод его расчета для экологических систем подробно описан ранее. (Пузаченко, 2016). Этот индекс является параметром области притяжения системы. Индекс q_{sen} отражает чувствительность системы к начальным условиям и производство энтропии и определяется по мультифрактальному спектру. Релаксационный индекс q_{rel} оценивается на основе автокорреляции и характеризует процессы диффузии. Для экологических и географических систем целесообразно оценивать q -индекс организации (q_{org}). При его вычислении мы допускаем, что оцениваемая система в данный момент времени находится на максимальном возможном для нее уровне организации. Мендес с соавторами (Mendes и др. 2008) показали, что значения индекса выравниваемости (Evenness indices) есть вогнутая функция от значения q с одним минимумом. Соответственно значение организации Фёрстера будет выпуклой функцией от индекса q . Простая программа рассчитывает значения организации для ряда q от нуля до $q \gg 1$. В качестве индекса q_{org} принимается значения индекса, для которого $R_q = \max$. Полученное значение индекса используется для расчета термодинамических переменных.

Первый, относительно небольшой, метод оценки термодинамических переменных в рамках неэкстенсивной статистической механики для экологических и географических систем в том числе с использованием мультиспектральной дистанционной информации показал, что изменения q -индексов в пространстве и времени хорошо соответствуют априорным представления об их положении на шкале ожидаемого уровня самоорганизации, а значения термодинамических переменных позволяют оценить положение неравновесных реальных систем относительно идеальной линейной модели Больцмана-Гиббса. В докладе приводятся примеры использования рассмотренного подхода при исследовании сложных эколого-географических систем.

Работа выполнена при поддержке гранта РГО-РФФИ 17-05-41069.

Литература

Зарипов Р.Г. Самоорганизация и необратимость в неэкстенсивных системах. // Казань: Изд-во «Фэн», 2002, 251

- Фёрстер Г. О самоорганизующихся системах и их окружении // В сб. Самоорганизующиеся системы. Изд. Мир, М. 1964 стр. 113-140.
- Пузаченко Ю.Г. Термодинамическая основа учения о биосфере-ноосфере В.И.Вернадского (к 150-летию академика В.И. Вернадского) // Изв. РАН, Сер. Географическая, 2013, № 4, с. 5-19
- Пузаченко Ю.Г. Ранговые распределения в экологии и неэстенсионная статистическая механика. // Сборник трудов Зоологического музея МГУ им. М.В. Ломоносова, М. 2006. Т.54, стр. 42-71,
- Стратонович Р. Л., Нелинейная неравновесная термодинамика, М.: Наука, 1985, 478 с.
- Nicolis G. and I.Prigogine, Self-organization in Non-equilibrium Systems, // John Wiley, New York, 1977, 512 pp
- Трайбус М. Термостатика и термодинамика. // М.:Энергия, 1970. 504 с.
- Mendes Renio S., Luiz R. Evangelista, Sidinei M. Thomaz, Angelo A. Agostinho and Luiz C. Gomes. A unified index to measure ecological diversity and species rarity. // Ecography, 2008 31: 450_456.
- Jorgensen S.E., Svirezhev Y.M. Towards a Thermodynamic Theory for Ecological Systems // 2004. Elsevier, Oxford.
- Puzachenko Y.G., Sandler sky R.B., Svirejeva-Hopkins A. Estimation of thermodynamic parameters of the biosphere, based on remote sensing // Ecological Modelling. 2011. Volume 222(16), pp. 2913-2923,
- Puzachenko Y.G, Sandler sky R.B. and Sankovski A.G. Methods of Evaluating Thermodynamic Properties of Landscape Cover Using Multispectral Reflected Radiation Measurements by the Landsat Satellite // Entropy 2013, 15(9) , 3970-3982,
- Puzachenko, Y.G.;Sandler sky, R.B.;Sankovski, A.G.; Analysis of spatial and temporal organization of biosphere using solar reflectance data from MODIS satellite // Ecological Modelling. 2016, 341: 27-36.
- Tsallis C., Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics // Springer Science+Business Media, LLC 2009 p.382.
- Tsallis C. Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics // Springer Science+Business Media, LLC. 2009., DOI 10.1007/978-0-387-85359-8 3. 382 p.