МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОЧВЫ

Лапина Л.Э.[1]

[1]*Физико-математический институт Коми НЦ УрО РАН, г. Сыктывкар, Россия*
lapina@dm.komisc.ru

Аннотация: На основе решения обратной задачи для уравнения теплопроводности получена расчетная формула для коэффициента эффективной температуропроводности. В ряде случаев из данной формулы можно получить аналитическую формулу. Приводится пример расчета коэффициента по данным измерений температуры почвы г. Сыктывкара.

1. Введение

В работе (Зырянов, 2013) утверждается, что для мерзлых грунтов пампинг-эффект имеет отрицательный (охлаждающий) результат и для Якутска приводится приблизительная оценка в минус два градуса по колебаниям температуры воздуха. Оценка этого эффекта базируется на теории, приведенной в работе (Зырянов, Хубларян, 2006). Важно знать поведение функции температуропроводности от температуры почвы, необходимым этапом которого является расчет коэффициента эффективной температуропроводности, в котором учитываются все виды теплообмена. В работе (Шерстюков, 2012) приводится описание массива суточных данных по температуре почвы до глубин 320 см, которые можно использовать для оценки адекватности тех или иных подходов к моделированию температурного режима почвы.

2. Постановка задачи и метод решения

В работе (Михайлов, Шеин, 2010) предложен ряд формул для определения коэффициента температуропроводности в различных ситуациях, при этом предполагается, что коэффициент постоянен внутри слоя. Есть данные измерений температуры почвы на различных глубинах с одинаковой частотой измерений на протяжении достаточно длинного периода времени. Часто бывают лишь суточные измерения, на которых многие приведенные в работе (Михайлов, Шеин, 2010) методы не сработают.

Будем рассматривать одномерную задачу, в которой ось Oz направим вертикально вниз, z=0 – поверхность почвы. Для определения коэффициента эффективной температуропроводности будем использовать нелинейное уравнение теплопроводности, записанное в виде:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(k_T \frac{\partial T}{\partial z}\right) \qquad (1)$$

Естественно потребовать от решения уравнения (1) выполнения следующего условия: $\frac{\partial T}{\partial z} \to 0, z \to \infty$. Возьмем несобственный интеграл с переменным верхним пределом по вертикали, тогда $\int_{\infty}^{z} \frac{\partial T}{\partial t} ds = \int_{\infty}^{z} \frac{\partial}{\partial z}\left(k_T \frac{\partial T}{\partial t}\right) ds$. Исходя из свойств интеграла и учитывая выполнение вышеуказанного свойства можно получить формулу в общем виде:

$$k_T(t,z) = \frac{\int_{\infty}^{z} \frac{\partial T}{\partial t} ds}{\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{t,z}} \qquad (2)$$

В некоторых случаях несобственный интеграл удается вычислить аналитически интегрированием по частям (Лапина, 2017). Это возможно тогда, например, когда температуру почвы можно представить в виде: $T = T_0 + \mathrm{A}_0 \mathrm{e}^{-\beta_0 z} \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ (3)

где T_0 – среднесуточная (или среднегодовая температура), A_0 – амплитуда колебаний (суточных или годовых), β_0 – коэффициент, характеризующий затухание температурных волн с глубиной, ω_0 – частота колебаний, φ_0- сдвиг фазы. В свою очередь, функции $\varphi_0(z)$ и $T_0(z)$ можно представить в виде:

$$\varphi_0(z) = a + bz\,, T_0 = Ce^{-\gamma z} + d \tag{4}$$

В этом случае можно получить аналитическую формулу в виде:

$$k_T = \frac{K_0}{-\gamma C e^{-\gamma z} + B_0}, \tag{5}$$

где $K_0 = \omega_0 A_0 e^{-\beta_0 z}\left(\frac{b}{\beta_0^2 \ \ +b^2}\sin(a + bz + \omega_0 t) - \frac{\beta_0}{\beta_0^2 + b^2}\cos(a + bz + \omega_0 t)\right)$,

$B_0 = -\beta_0 A_0 e^{-\beta_0 z}\sin(\omega_0 \mathrm{t} + \mathrm{a} + \mathrm{bz}) + \mathrm{b}\mathrm{A}_0 \mathrm{e}^{-\beta_0 z}\cos(\omega_0 \mathrm{t} + \mathrm{a} + \mathrm{bz})$.

Заметим, что по затуханию температурных волн можно рассчитать коэффициент температуропроводности, имеющего смысл усредненного за период колебаний и глубины измерения величины. Можно использовать и непосредственно формулу (2) по измерениям, не прибегая к дополнительным предположениям, но в таком случае встает вопрос о том, какая ошибка возникает при замене несобственного интеграла конечным? В таком случае отброшенная часть интеграла зависит лишь от времени и можно попытаться найти его, прибегая к решению уравнения теплопроводности (1).

Полученные формулы расчета (2) и (5) были применены к данным по температуре почвы метеостанции г. Сыктывкара за 2010 год для проверки адекватности предлагаемого подхода.

Литература

Зырянов В.Н. Нелинейный пампинг-эффект в колебательных процессах в геофизике //Водные ресурсы. 2013. т.40. N3. С.227-239.

Зырянов В.Н., Хубларян М.Г. Пампинг-эффект в теории нелинейных процессов типа уравнения теплопроводности и его приложение в геофизике //ДАН.2006. т.408.N4.С.535-538.

Лапина Л.Э. Метод вычисления коэффициента эффективной температуропроводности по данным измерений температуры почвы //Известия Коми НЦ УрО РАН, 2017, N2, с. 12-15.

Михайлов Ф.Д., Шеин Е.В. Теоретические основы экспериментальных методов определения температуропроводности почв //Почвоведение.2010.N5. с.597-605.

Шерстюков А.Б. Описание массива суточных данных по температуре почвы на глубинах до 320 см //meteo.ru/data/164_soiltemperature#описание массива данных.