

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИЙ С ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРОЙ: КЛАСТЕРИЗАЦИЯ И ХИМЕРЫ

Кулаков М.П.¹, Фрисман Е.Я.²

¹ИКАРП ДВО РАН, Биробиджан, Россия

¹ k_matvey@mail.ru, ² frisman@mail.ru

Аннотация: В работе предложена модель системы миграционно связанных двухвозрастных популяций (*метапопуляции*). Связь – миграция старшего возрастного класса не только на соседние, но и на отдаленные участки. Обнаружено, что пространственно-временная динамика такой системы демонстрирует широкий спектр динамических режимов от простых когерентных режимов (полная и кластерная синхронизация), до *химер* и пространственно-временного хаоса.

1. Постановка задачи

Рассматривается математическая модель вида:

$$\begin{cases} x_{n+1}^{(i)} = ay_n^{(i)} \exp(-\rho x_n^{(i)} - y_n^{(i)}) \\ y_{n+1}^{(i)} = sx_n^{(i)} + vy_n^{(i)} + \frac{mv}{2S} \sum_{j=i-P}^{i+P} (y_n^{(j)} - y_n^{(i)}), \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

где $x_n^{(i)}$ и $y_n^{(i)}$ – численности младшего и старшего возрастных классов в i -м локальном участке в n -й сезон, a – *репродуктивный потенциал*, или максимальный коэффициент рождаемости, s и v – коэффициенты дожития соответствующих возрастных групп, параметр ρ определяет степень участия младшего возрастного класса в плотностно зависимой регуляции рождаемости, N – размер метапопуляции, $P < N/2$ – радиус миграции, или связи. Система (1) описывает ситуацию, когда метапопуляция состоит из N двухвозрастных субпопуляций, расположенных на одномерном (линейном) ареале, а мигрировать способны лишь особи старшего возрастного класса. Каждая субпопуляция с номером i занимает небольшой участок ареала и взаимодействует с P своими соседями в обоих направлениях (нелокальная связь). При численных расчетах, нулевые, отрицательные или большие чем N индексы j в знаке суммы интерпретируются как конец линейной цепочки, и соответствующий член обнуляется, а для кольца, в таких случаях, берется индекс следующего на кольце элемента, что легко формализуется как периодический $j \bmod N$.

В настоящей работе для системы (1) исследованы механизмы и условия формирования и разрушения пространственно-временных структур типа когерентной динамики с кластерной синхронизацией, пространственных волн (стоячих и бегущих) или пространственно-временного хаоса, а также явления известного как *химерное* состояние (*химеры*). Это состояние характеризуется тем, что на фоне когерентной (синхронной) динамики внутри или вокруг кластера возникают единичные элементы с несинхронной динамикой. С точки зрения метапопуляции появление кластеров в модели (1) соответствует формированию больших ядерных популяций. Процесс «обрастания» большой ядерной популяции мелкими спутниковыми популяций соответствует формированию фазовых химер, которые, как правило, устойчивы во времени (Bogomolov et al., 2016). Кроме того, ядерные популяции могут начать дробиться на части, через формирование слабоустойчивых во времени амплитудных химер.

Основная проблема при изучении подобных явления – это определение начальных условий и значений параметров, приводящих к перечисленным режимам, а также переходы от одного типа динамики к другому.

2. Результаты

Ранее (Кулаков и др., 2014) был подробно исследован случай модели (1) при $N = 2$ и $P = 1$ и было показано, что система (1) обладает мультистабильностью двух типов. Первый тип – синхронизация колебаний двух связанных двухвозрастных популяций, отвечающая фазовой мультистабильности. Второй связан с мультистабильностью одиночной двухвозрастной популяции при $m = 0$ – сосуществование устойчивой неподвижной точки с циклами длины 3 и режимами, возникающими после их бифуркаций. Было показано, что связь между единичными системами приводит к комбинации двух этих типов мультистабильностей. Во-первых, эти режимы могут быть синхронными или нет (колебания одного периода, но с разными фазами), а во-вторых, синхронизация может быть частичной (с захватом частоты и фазы, но с разными амплитудами).

В данной работе для большого размера метапопуляции ($N > 2$) и нелокального характера связи ($P > 1$) обнаружено, что отмеченная мультистабильность локальной популяции, приводит к тому, что каждый кластер может испытывать колебания принципиально разного характера. В простейшем случае – это колебания с периодом 3 в одном кластере и отсутствие колебаний в другом. В дальнейшем, с ростом репродуктивного потенциала происходит серия бифуркаций и колебания в разных кластерах могут существенно отличаться. Например, кластер с устойчивым циклом сосуществует с хаотическим режимом (это может быть полная хаотическая синхронизация, частичная или даже режим пространственно-временного хаоса), либо возможна одновременная реализация разных хаотических режимов в каждом кластере. Кроме того, мультистабильность локальной популяции, по всей видимости, приводит к появлению нового вида химерных состояний, когда на фоне слабых флуктуаций либо пространственно-временных волн или хаоса выделяются одиночные субпопуляции с устойчивыми во времени несинхронными колебаниями с амплитудой много большей, чем у других популяций.

Численные эксперименты показали, что формируемый тип пространственно-временной динамики зависит от параметров распределения случайных начальных численностей. При одних не возникает когерентных режимов вообще, при других возникает как полная, так и кластерная синхронизация, а также химеры. Кроме того, оказалось данная модель не способна в принципе давать полностью когерентные режимы (кроме, быть может, полной синхронизации) – от одного розыгрыша случайных величин к другим формируются либо простые кластеры, либо химерные состояния. Также неожиданно оказалось, что для специальных (неслучайных) начальных условий кластерная синхронизация наступает уже при слабой связи (кроме случая полной синхронизации), в отличие от случайных, для которых она возможна лишь при сильной связи и лишь при некоторых параметрах случайных начальных численностей.

Таким образом показано, что пространственно неоднородное распределение биологических популяций, может быть связано с мультистабильностью локальных популяций, нелокальными (дальнодействующими) взаимодействиями (миграцией на большие расстояния), особенностями синхронизации миграционно связанных популяций, а не является лишь следствием неоднородных условий среды.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-29-02658 офи_м и комплексной программы фундаментальных исследований «Дальний Восток».

Литература

- Bogomolov S.A., Slepnev A.V., Strelkova G.I., Scholl E., Anishchenko V.S. Mechanisms of Appearance of Amplitude and Phase Chimera States in Ensembles of Nonlocally Coupled Chaotic Systems // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2016. V. 43. P. 25–36.
- Кулаков М.П., Неверова Г.П., Фрисман Е.Я. Мультистабильность в моделях динамики миграционно-связанных популяций с возрастной структурой // Нелинейная динамика. 2014. Т. 10. № 4. С. 407–425.