

МОДЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОМЫСЛА НА ЛИМИТИРОВАННУЮ ПОПУЛЯЦИЮ

Колбина Е.А.¹, Фрисман Е.Я.²

¹ *ФГБУН Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Россия*
pavlova@iacp.dvo.ru

² *ФГБУН Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН, Биробиджан, Россия*
frisman@mail.ru

Аннотация: рассмотрено влияние оптимального промысла с постоянной долей изъятия на динамику динамики численности и генетического состава менделевской однолокусной популяции. Показано, что оптимальный промысел стабилизирует популяционную динамику. Особое внимание уделяется изучению возможности сохранения или утраты полиморфизма в результате оптимального равновесного промысла.

Целью работы является описание и исследование наиболее простой модельной ситуации, в которой проявляются закономерности взаимосвязанных изменений динамики генетической структуры и численности популяций, вызванных взаимодействием эволюционных (в основном селективных) и экологических (ограничивающих популяционный рост) факторов, включая эффекты промыслового воздействия на эксплуатируемые популяции. В качестве такой модельной системы рассматривается диплоидная менделевская панмиктичная популяция, генетическое разнообразие в которой контролируется одним диаллельным локусом, экологическое лимитирование сводится к убывающей зависимости приспособленности от численности, а воздействие промысла – к изъятию части особей.

Введем обозначения: x_n - численность популяции в n -ом поколении, q_n – частота аллеля А в n -ом поколении (следовательно, $(1 - q_n)$ – частота аллеля а), $W_{AA}(n)$, $W_{Aa}(n)$, $W_{aa}(n)$ - приспособленности генотипов АА, Аа, аа – соответственно в n -ом поколении. Изменение численности и генетической структуры популяции описывается следующей системой рекуррентных уравнений (Ратнер, 1977):

$$\begin{cases} x_{n+1} = \bar{W}_n(x_n)x_n \\ q_{n+1} = q_n(W_{AA}(x_n)q_n + W_{Aa}(x_n)(1 - q_n)) / \bar{W}_n(x_n), \end{cases} \quad (1)$$

где $\bar{W}_n = W_{AA}(x_n)q_n^2 + 2W_{Aa}(x_n)q_n(1 - q_n) + W_{aa}(x_n)(1 - q_n)^2$ – средняя приспособленность популяции в n -ом поколении. Будем полагать, что приспособленности зависят от численности линейно $W_{ij} = 1 + R_{ij} - x \cdot R_{ij} / K_{ij}$.

Соответственно каждый генотип характеризует его ресурсный (K_{ij}) и мальтузианский (R_{ij}) параметры. Для упрощения выкладок, введем дополнительное предположение, что все генотипы имеют одинаковую приспособленность при некотором значении численности популяции (равном x^*).

Условия существования и разрушения генетического полиморфизма модели (1), а так же результаты исследования ее динамического поведения приведены в работах (Жданова и др., 2003) и (Жданова, Фрисман, 2005).

Введем в модель (1) промысел с долей изъятия u :

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \bar{W}_n(1 - u) \\ q_{n+1} = q_n(W_{AA}q_n + W_{Aa}(1 - q_n)) / \bar{W}_n, \end{cases} \quad (2)$$

где $R = Ux_n \bar{W}_n$ – величина изъятия, $\bar{W}_n = W_{AA}q_n^2 + 2W_{Aa}q_n(1 - q_n) + W_{aa}(1 - q_n)^2$.

Найдены равновесные значения численности и частоты аллеля А модели (2), обеспечивающие максимальный объем изъятия (Жданова и др., 2007), (Фрисман и др., 2010). Определены условия их существования и устойчивости при постоянной доле изъятия.

Показано, что при линейном виде функций приспособленностей и при описанных соотношениях параметров модели значение стационарного генетического состава не зависит от стационарного значения численности. Показано, что условия существования равновесных значений в целом при отсутствии промысла и при его воздействии одинаковы. Показано, что мономорфные равновесные состояния модели (2) устойчивы, если выполнено одно из следующих условий:

- а) гетерозигота обладает минимальным ресурсным параметром, при этом $x^* < \bar{x}_M$ и $x^* < K_{AA} < K_{aa}$, K_{AA} или $\bar{x}_M < x^*$ и $K_{Aa} < K_{aa}$, $K_{AA} < x^*$;
- б) ресурсный параметр гетерозиготы занимает промежуточное положение ($\min(K_{AA}, K_{aa}) < K_{Aa} < \max(K_{AA}, K_{aa})$);
- с) ресурсный параметр гетерозиготы максимален и больше x^* , а значение численности меньше x^* ($\bar{x}_M < x^*$, $x^* < K_{aa}$, $K_{AA} < K_{Aa}$).

При выполнении третьего условия в отсутствие промысла при таком расположении ресурсных параметров мономорфная стационарная точка неустойчива, а значение численности больше x^* . Это означает, что снижение численности, вызванное промыслом, может перевести равновесное значение через x^* , и в популяции кардинальным образом изменятся условия (точнее, тип) отбора. В результате, популяция, из полиморфного состояния, которое наблюдалось в отсутствие промысла, перейдет в устойчивое мономорфное состояние. Таким образом, в этом случае промысел с постоянной долей изъятия приводит к разрушению полиморфизма и потери части разнообразия.

Полиморфное равновесное состояние модели (2) устойчиво, если выполнено одно из следующих условий:

- а) ресурсный параметр гетерозиготы максимален, при этом $\bar{x}_M < x^*$ и $K_{AA}, K_{aa} < K_{Aa} < x^*$ или $x^* < \bar{x}_M$ и $x^* < K_{AA}, K_{aa} < K_{Aa}$;
- б) ресурсный параметр гетерозиготы минимален и больше x^* и значение численности меньше x^* ($\bar{x}_M < x^*$, $x^* < K_{Aa} < K_{AA}, K_{aa}$).

При выполнении второго условия промысел может привести из устойчивого мономорфного состояния в неэксплуатируемом состоянии в устойчивое полиморфное. Таким образом, промысел с постоянной долей изъятия может приводить к возникновению устойчивого полиморфизма в популяции.

Литература

- Ратнер В. А. Математическая популяционная генетика (элементарный курс). Новосибирск: Наука, 1977.
- Жданова О. Л., Колбина Е. А., Фрисман Е. Я. Проблемы регулярного поведения и детерминированного хаоса в математической модели эволюции менделевской лимитированной популяции // Дальневосточный математический журнал. Владивосток: Дальнаука, 2003. Том 4. № 2. С. 289-303.
- Жданова О. Л., Фрисман Е. Я. Динамические режимы в модели однолокусного плотностно-зависимого отбора // Генетика. 2005. Т. 41. № 11. С. 1575–1584.
- Жданова О. Л., Колбина Е. А., Фрисман Е. Я. Влияние промысла на генетическое разнообразие и характер динамического поведения менделевской лимитированной популяции // ДАН. 2007. Т. 412. № 4. С. 564-567.
- Фрисман Е. Я., Жданова О. Л., Колбина Е. А. Влияние промысла на генетическое разнообразие и характер динамического поведения менделевской лимитированной популяции // Генетика. Москва: Наука, 2010. Том 46. № 2. С. 272 – 281.