

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОПУЛЯЦИИ ПО АРЕАЛАМ В ЗАДАЧЕ ФУРАЖИРОВАНИЯ

Кириллов А.Н.¹, Данилова И.В.¹

¹Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН, Петрозаводск,
Российская Федерация
kirillov@krc.karelia.ru¹

Аннотация: Построены функции полезности для популяции, выбирающей ареал, с учетом расстояния, меры информированности и затрат на перемещение к ареалу. Построены области предпочтительной полезности. Предложена динамическая система, описывающая распределение популяции по ареалам, исследуется устойчивость распределения Больцмана.

1. Введение

Предлагается подход к решению задачи теории оптимального фуражирования, состоящей в выборе популяцией ареала для получения энергии (питательного ресурса). Динамика поведения популяции при выборе ареала описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений относительно распределения популяции по ареалам. Используется подход, предложенный в работе (Shuichi Matsumura и др., 2010), в которой введена функция полезности, учитывающая расстояние от популяции до ареала и меру информированности популяции о количестве ресурсов в ареале.

Предложена динамическая система, описывающая распределение популяции по ареалам, зависящее от функции полезности ареалов. Распределение Больцмана, которое традиционно используется в теории фуражирования, является частным решением полученной системы дифференциальных уравнений. Исследуется устойчивость распределения Больцмана. Построены области предпочтительной полезности.

2. Функции полезности и динамика распределений

Рассматриваются функции полезности для двух ареалов A_i , $i = 1, 2$, (ареал – точка) в одномерном и двумерном случае. Пусть $U_i(d_i)$ – полезность i – го ареала с точки зрения популяции, находящейся на расстоянии $d_i = d_i(t)$ от него, t – время. В работе (Matsumura et al., 2010) в качестве $U_i(d_i)$ рассматривается следующая функция полезности:

$$U_i(d_i) = I(d_i)V_i - T(d_i) + (1 - I(d_i))\bar{V},$$

где V_i – истинная полезность i – го ареала, $I(d_i)$ – мера информированности популяции об i – м ареале, $T(d_i)$ – затраты популяции на перемещение к i – му ареалу, $\bar{V} = I(d_1)V_1 + I(d_2)V_2$ – средняя информированность популяции об ареалах, $d_i = \rho(M, A_i)$ – расстояние между текущим положением популяции (точка $M = M(t) \in R^2$) и ареалом (точка $A_i \in R^2$).

В одномерном случае, $M = M(t) \in R$, $A_i \in R$, предлагаются следующие конкретизации входящих в функцию $U_i(d_i)$ выражений:

$$I(d_i) = 1 - \frac{d_i}{2l}, \quad T(d_i) = \frac{d_i}{2l},$$

где $2l$ – расстояние между ареалами, $d_i \in [0, 2l]$, т.е. популяция находится между ареалами, $M(t) \in [A_1, A_2]$, где A_1, A_2 – концы отрезка длины $2l$.

В двумерном случае, $M(t) \in R^2$, $A_i \in R^2$, мера информированности и затраты на

перемещение задаются следующими формулами, соответственно:

$$I(d_i) = e^{-\beta d_i^2}, \quad T(d_i) = \alpha d_i^2,$$

где α и β – положительные параметры.

Распределение популяции по ареалам предлагается описывать системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = q \cdot P_1 \cdot P_2 \cdot \varphi(t), \\ \dot{P}_2 = -q \cdot P_1 \cdot P_2 \cdot \varphi(t), \end{cases} \quad (1)$$

где P_i – вероятность выбора i – го ареала, $\frac{d}{dt}(U_1 - U_2) = \varphi(t)$, q – положительный параметр. Вывод системы (1) представлен в докладе.

3. Основные результаты

Введено понятие области предпочтительной полезности для m ареалов в пространстве R^n

$$D_i = \{M \in R^n: U_i(d_i) > U_j(d_j), d_i = \rho(M, A_i), \quad i \neq j, \quad j = 1, \dots, m\}$$

Области предпочтительной полезности D_i построены в случаях $n = 1, 2, m = 2$. Заметим, что если в качестве функции полезности взять $U_i(d_i) = -\alpha d_i^2$, т.е. если не учитывать информированность, то разбиение плоскости на области предпочтительной полезности даст диаграмму Вороного. Найдено решение в форме Коши системы (1). Доказана, при некоторых условиях, устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость распределения Больцмана, являющегося частным решением системы (1).

4. Заключение

Предлагаемый подход позволяет описать условие, при котором популяция предпочитает тот или иной ареал и моделировать динамику поведения популяции при выборе между двумя ареалами.

Литература

Matsumura S., Arlinghaus R, Dieckmann U. Foraging on spatially distributed resources with sub-optimal movement, imperfect information, and travelling costs: departures from the ideal free distribution // Oikos. 2010. V. 119. P. 1469 – 1483.