

ПРОБЛЕМА СОВМЕСТНОГО
ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ
ЭКОСИСТЕМ ПОПУЛЯЦИОННОГО И МАСС
ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОДХОДОВ

Белотелов Н.В., Коноваленко И.А.

ЭкоМатМод – 2017 ,Пущино

Содержание доклада

- ▶ Цели моделирования
- ▶ Два способа описания экологических объектов
- ▶ Принцип дополнительности
- ▶ Моделирование углеродного цикла
- ▶ Размерный спектр
- ▶ Модель с нелинейной диффузией
- ▶ Агентная модель «ресурс –потребитель»

- ▶ «Мы слишком много знаем, но слишком мало понимаем» (А.Эйнштейн).
 - ▶ «Задачей науки является увеличение и упорядочивание нашего опыта» (Н.Бор).
-
- ▶ Модель – формальное представление, понимаемых взаимосвязей между измеримыми понятиями.

Цели моделирования

- ▶ Объяснение наблюдаемых эффектов (колебания, популяционные волны и т.п.)
- ▶ Прогноз
- ▶ Формализация, имеющихся представлений (инструмент междисциплинарных исследований)

Этапы моделирования



«Основная черта классического способа описания явлений состоит в допущении полной независимости физических процессов от условий наблюдения. В классической физике предполагается, что всегда можно «подсмотреть» явление, не вмешиваясь в него и не влияя на него.

В квантовой механике сама возможность наблюдения предполагает наличие определенных физических условий, которые могут оказаться связанными с сущностью явления» (В.А.Фок)

- ▶ Под системой понятий, мы имеем в виду просто – напросто однозначное логическое отображение соотношений между опытными данными.
- ▶ Математика, так решительно содействовавшая развитию логического мышления, играет особую роль; своими четко определенными абстракциями она оказывает неоценимую помощь при выражении стройных логических зависимостей. ...мы будем считать ее ***усовершенствованием общего языка***, оснащающим его удобными средствами для отображения таких зависимостей, для которых обычное словесное выражение оказалось бы неточным или слишком сложным.
- ▶ *Необходимая для объективного описания однозначность определений достигается при употреблении математических символов, именно потому, что таким способом избегают ссылки на сознательный субъект, которыми пронизан повседневный язык.*
- ▶ .(Единство знаний 1955)

- В общефилософском аспекте знаменательно то, что в отношении анализа и синтеза в других областях знания мы встречаемся с ситуациями, напоминающими ситуацию в квантовой физике. Так, целность живых организмов и характеристики людей, обладающих сознанием, а также и человеческих культур представляют черты целостности, отображение которых требует типично дополнительного способа описания. Передача опытных фактов в этих обширных областях знания требует богатого словаря, а из-за того, что словам иногда придается разный смысл и прежде всего из-за различия в принятых в философской литературе толкования понятия причинности, цель такого сопоставления часто понимается превратно. Но постепенно развитие терминологии, пригодной для описания более простой ситуации в области физики, показывает, что мы имеем здесь дело не с более или менее туманными аналогиями. А с отчетливыми примерами логических связей, которые в разных контекстах встречаются в более широких областях знания.
- (Квантовая физика и философия 1955)

- ▶ *Понятие дополнительности* ни в коем случае не предполагает отказа от нашего положения независимого наблюдателя природы; это понятие необходимо рассматривать как логическое выражение нашей ситуации по отношению к объективному описанию в этой области опытного знания.
- ▶ . (*Единство знаний 1955 Бор Н.*)

- ▶ Геккель (1869) «Экология – наука, изучающая взаимодействие организмов с окружающей средой»
- ▶ Н.В.Тимофеев-Ресовский : «Происходит огромный, вечный, постоянно работающий биологический круговорот в биосфере, целый ряд веществ. Целый ряд форм энергии постоянно циркулируют в этом большом круговороте биосферы»

1. *Массовоэнергетическое описание экосистем* – круговорот биогенных элементов.

- ▶ Кребс (1972) «Экология – научное познание взаимодействий, определяющих распространение и численность организмов»

2. Популяционное описание – численности видов

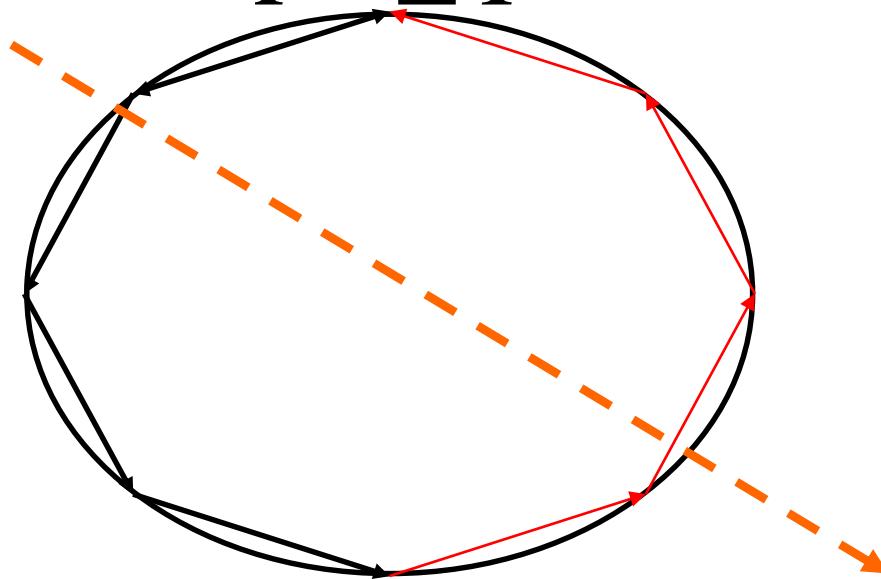
$$\frac{\partial \vec{N}}{\partial t} = \vec{M}(\vec{N}, \vec{\alpha}, t) - \vec{D}(\vec{N}, \vec{\beta}, t) + \vec{F}\left(\frac{\partial^2 \vec{N}}{\partial r^2}, \frac{\partial \vec{N}}{\partial r}, t, \gamma\right)$$

Основные типы популяционных моделей

- ▶ Модели с возрастной структурой
- ▶ Модели сообществ
- ▶ Модели с запаздыванием
- ▶ Модели с дискретным временем

Массовоэнергетическое описание экосистем

Продукция $P^+ \simeq P^-$ Деструкция



КРУГОВОРОТ БИОГЕННЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ

Таблица. Потоки энергии у земной поверхности Горшков В.).

Виды мощности	Мощность	
	Твт (10^{12} Вт)	Доля, %
Мощность, солнечной радиации и ее распределение:	$1,7*10^5$	100
Поглощение атмосферой и земной поверхностью	10^5	69
Поглощение земной поверхностью	$8*10^4$	46
Расход на испарение	$4*10^4$	24
Поглощение сушей	$2*10^4$	24
Мощность испарения сушей (эвапотранспираций)	$5*10^3$	3
Мощность испарения растениями (транспирация)	$3*10^3$	2
Ветровая мощность	$2*10^3$	1
Мощность океанских волн	10^3	0,6
Мощность фотосинтеза	10^2	0,06
Вулканов и гейзеров	0,3	$2*10^{-4}$
Современное мировое потребление человечества	10	$6*10^{-3}$

Модель круговорота углерода и кислорода

(Костицын В.А.1935)

$$x' = -\alpha_{13}u - \alpha_{14}v + \alpha_{41}v$$

$$y' = \alpha_{32}u - \alpha_{24}v + \alpha_{42}v$$

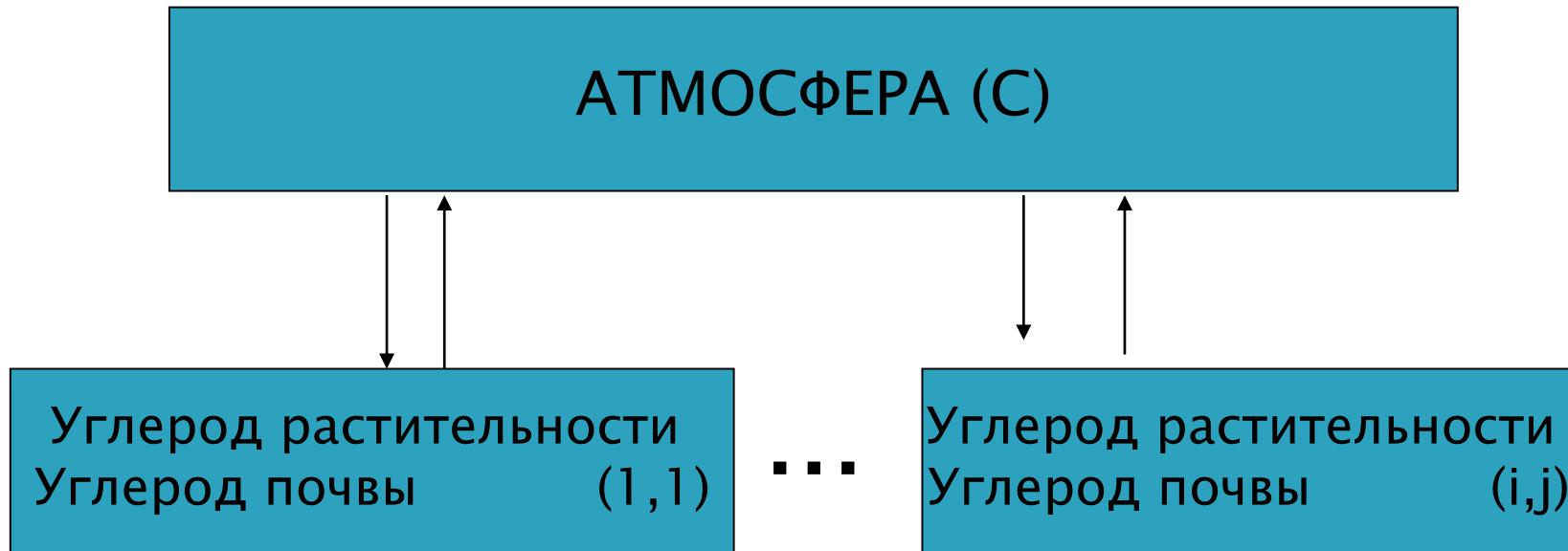
$$u' = \alpha_{13}u - \alpha_{32}u - \alpha_{35}u + \beta uv$$

$$v' = \alpha_{14}v - \alpha_{41}v + \alpha_{24}v - \alpha_{42}v - \alpha_{45}v - \beta uv$$

$$s' = \alpha_{35}u + \alpha_{45}v$$

- ▶ x – масса атмосферного кислорода
- ▶ y – масса углекислоты в атмосфере и в океане
- ▶ v – масса кислорода и углерода в растениях
- ▶ u – масса кислорода и углерода в животных
- ▶ s – масса кислорода и углерода в остатках, рассеянных в земной коре

Модель круговорота углерода на суше



$$\frac{dC}{dt} = \sum_{i,j} (resp_{ij}(B_{ij}, T_{ij}, W_{ij}) + resp_{ij}(S_{ij}, T_{ij}, W_{ij})) -$$

$$- phot_{ij}(B_{ij}, T_{ij}, W_{ij});$$

$$\frac{dB_{ij}}{dt} = phot_{ij}(B_{ij}, T_{ij}, W_{ij}) - resp_{ij}(B_{ij}, T_{ij}, W_{ij}) - fall_{ij}(B_{ij}, T_{ij}, W_{ij});$$

$$\frac{dS_{ij}}{dt} = fall_{ij}(B_{ij}, T_{ij}, W_{ij}) - resp_{ij}(S_{ij}, T_{ij}, W_{ij});$$

MODELLING OF TIME-DEPENDENT BIOME SHIFTS UNDER GLOBAL CLIMATE CHANGES

Belotelov N.V., Bogatyrev B.G., Kirilenko A.P., Venevsky S.V.

Ecological Modelling. 1996. Т. 87. № 1–3. С. 29–40.

- ▶ В работах (Belotelov et al, 1993, 1996) был предложен биоклиматический динамический подход, в котором для описания связи между климатом и растительностью используют "биоклиматический индекс" или "биоклиматическая схема". Под биоклиматическим индексом понимается комбинация климатических параметров (например, таких как радиация, температура, осадки), с которыми сопоставляется та или иная характеристика растительности. Формальным образом биоклиматический индекс может быть представлен отображением множества климатических параметров на множество параметров растительного покрова

$$G: \{K \rightarrow B\}$$

БИОКЛИМАТИЧЕСКАЯ СХЕМА ХОЛДРИДЖА

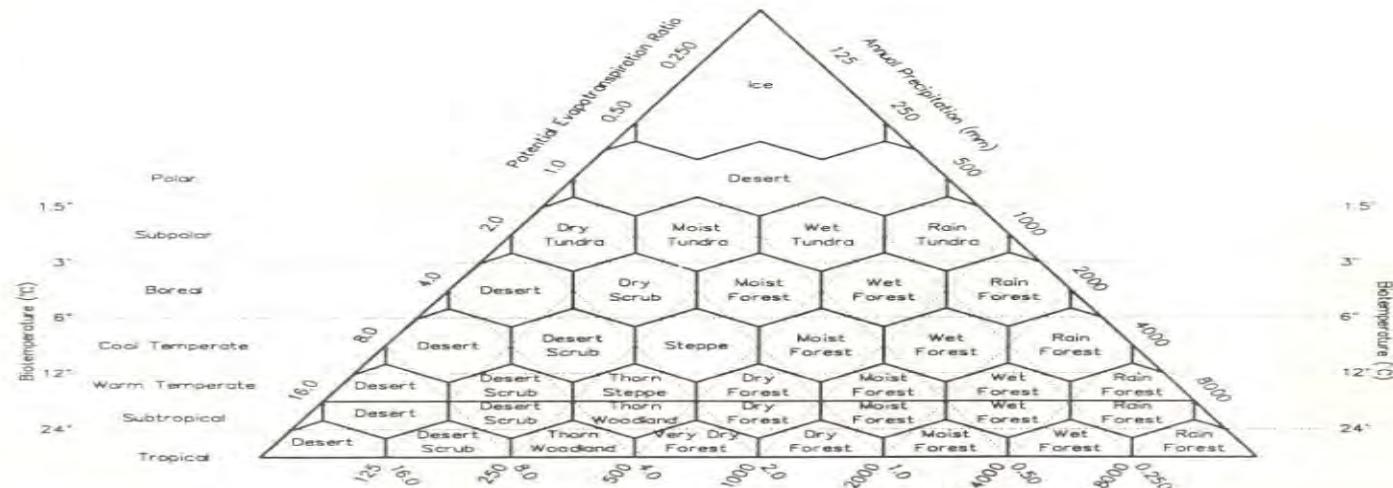


Fig. 1a. Holdridge climate-vegetation classification scheme (from Holdridge 1967).

Sense of bioclimatic scheme is mapping:
Ci -----> Bi

Ci is set of climatic parameters values
Bi is "i" biome name (steppe, tundra, etc.)

БИОКЛИМАТИЧЕСКАЯ СХЕМА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

s4

C - climate

$\{B^i\}$ - types of vegetation (biomes)

Bioclimatic scheme: $v: v(C) = B \in \{B^i\}$

Equilibrium Approach

Scenario: $C_0(1xCO_2) \rightarrow C\alpha(2xCO_2)$

Bioclimatic scheme

Prognosis: $B^k = v(C_0) \rightarrow B^j = v(C\alpha)$

Dynamic Approach

Scenario: $C_0(1xCO_2), C_1, \dots, C_n(2xCO_2)$

Bioclimatic scheme

Prognosis: $B_0^* = v(C_0), B_1^*, \dots, B_n^* = v(C_n)$

Delays

$\{Q_{kj}\}$

Prognosis: $B^k \rightarrow B^j$ at the time $t=q$

if $B^*_{q-Q_{kj}} = B^k; B^*_{q-Q_{kj+i}} = B^j, i=1, \dots, Q_{kj}$

Advanced Dynamic Approach

Scenario: $\sigma_0(1xCO_2), \sigma_1, \dots, \sigma_n(2xCO_2)$

$C_0(1xCO_2), C_1, \dots, C_n(2xCO_2)$

Bioclimatic scheme

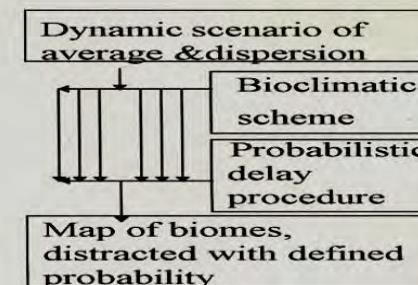
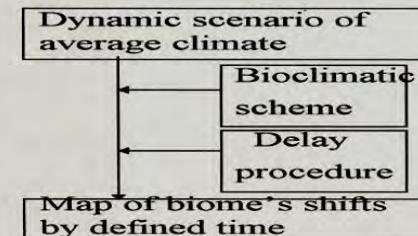
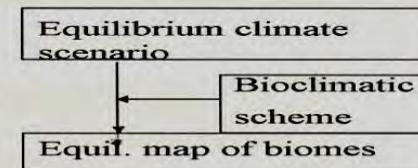
Prognosis: $B_0^* = v(C_0), B_1^*, \dots, B_n^* = v(C_n)$

Delays

$\{Q_k\}$

Prognosis: $B^k \rightarrow B^j$ at the time $t=q$

if $B^*_{q-Q_k+i} \neq B^k, i=1, \dots, Q_k$



Karma

X D U

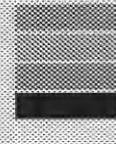
Bema Biom

X D U

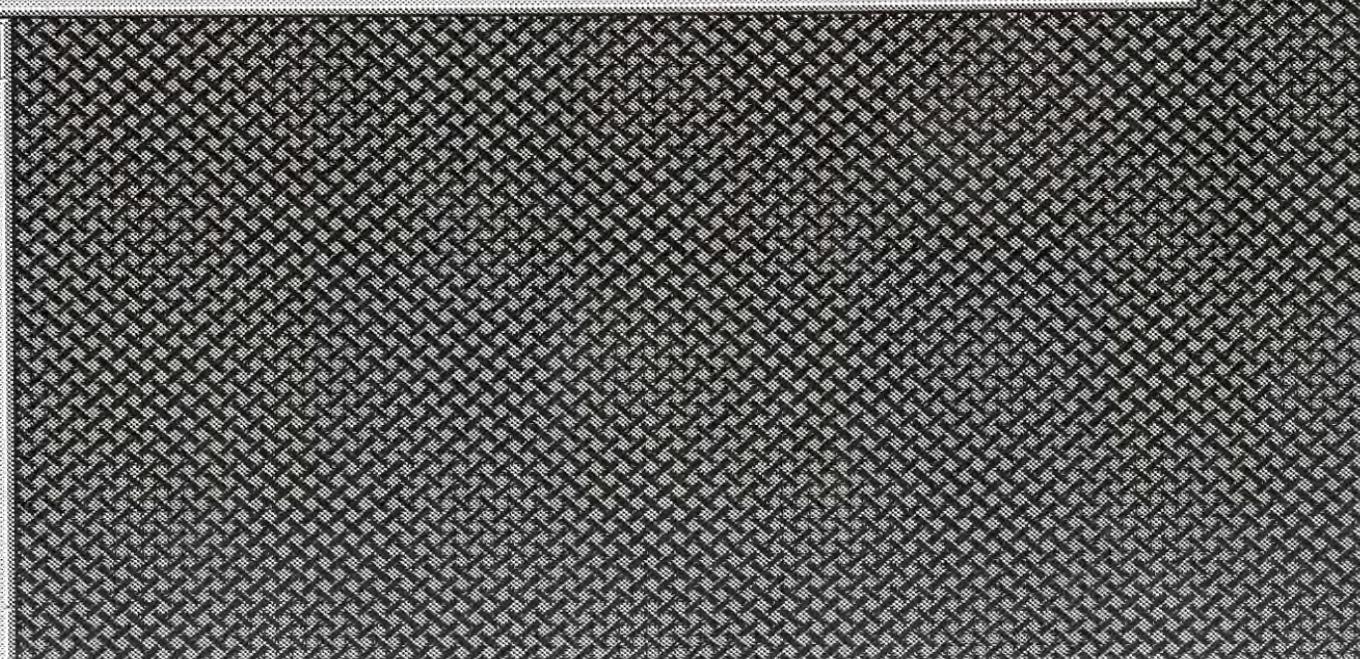
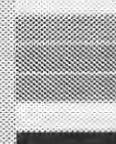
rock/scrub
dry_tundra
moist_tundra
wet_tundra
rain_tundra



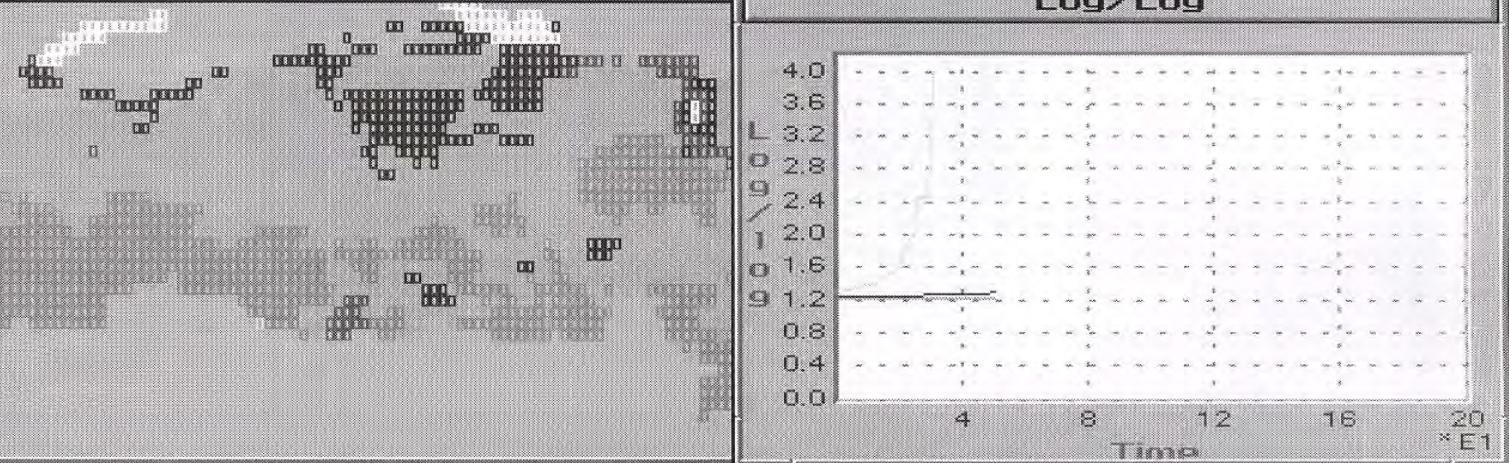
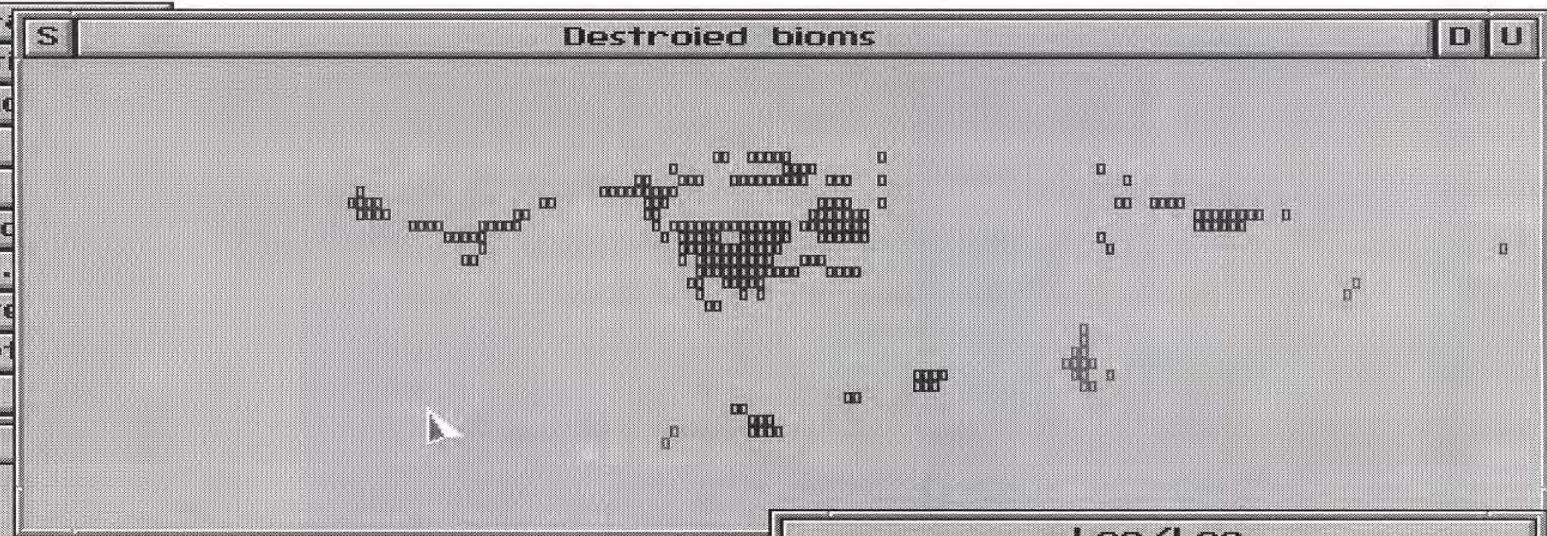
dry_scrub
moist_forest
wet_forest
rain_forest



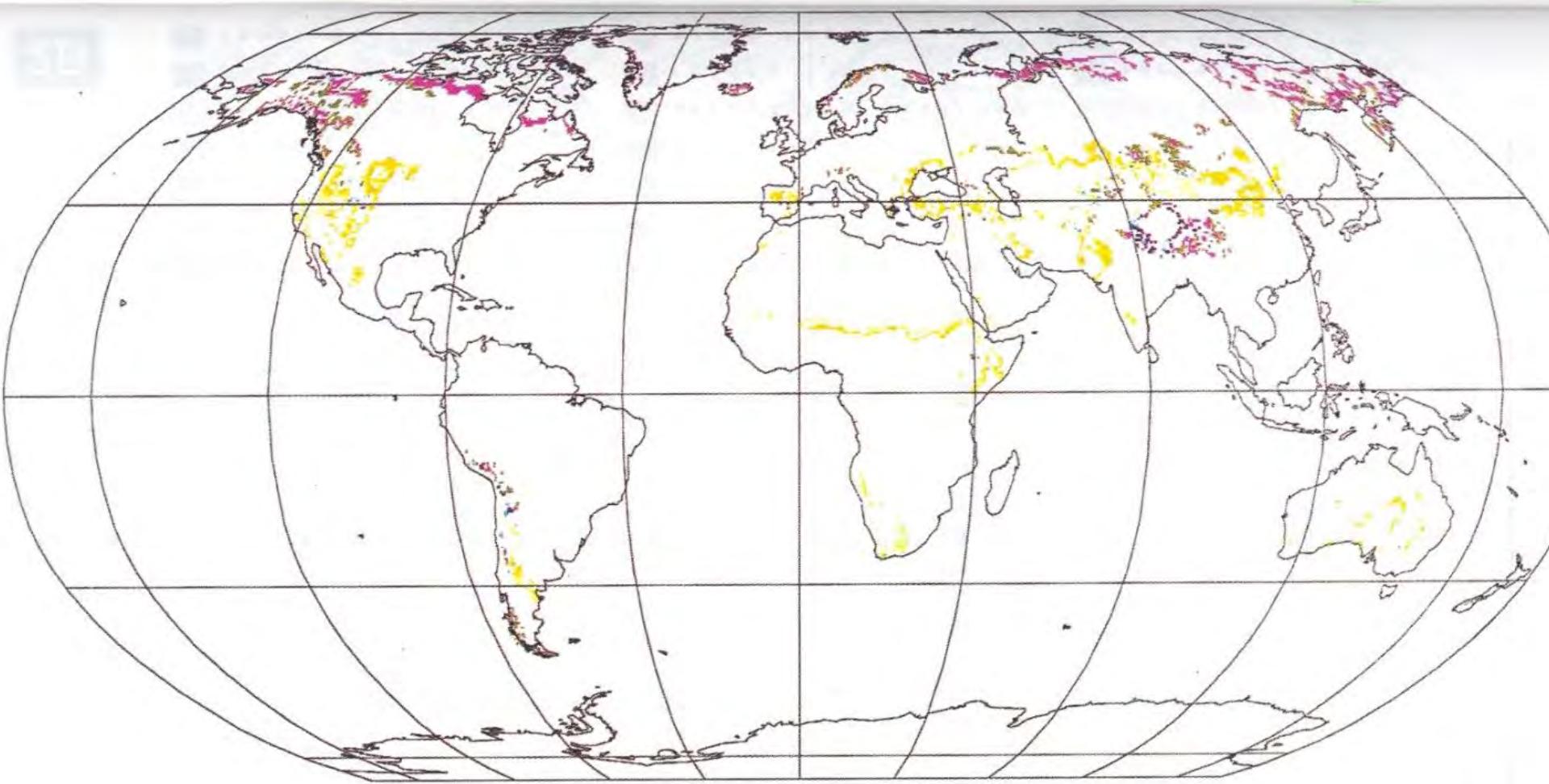
hum_meadow
dry_forest
moist_dry_forest



about program
information
scenario
maps
bioms
graphics
start
parameters
prompt
exit



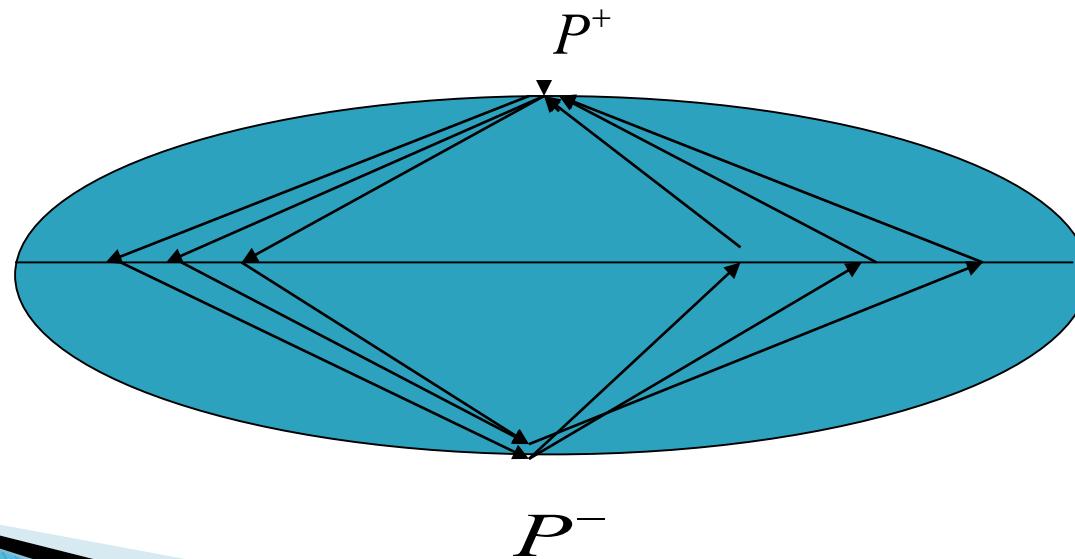
choose output file



- 2A
- | | | |
|----------------------|----------------------|--------------------|
| cold deciduous for. | evergreen mixed for. | cool grasslands |
| cold mixed forest | tropical rain forest | warm grasslands |
| northern taiga | tropical seas. for. | ice & polar desert |
| taiga | tropical dry forest | semi desert |
| cool conifer forest | xerophytic woodland | hot desert |
| cool mixed forest | tundra | agriculture |
| temp. deciduous for. | woody tundra | new biomes |

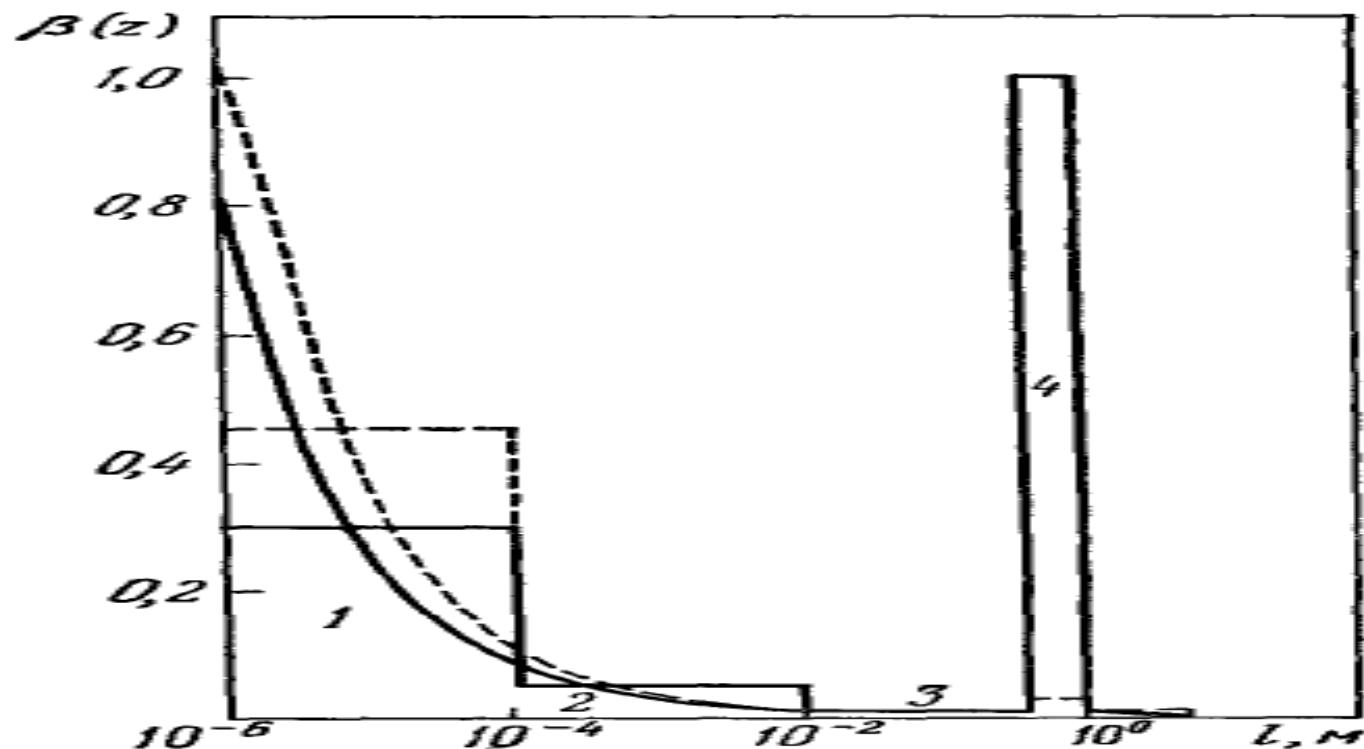
Размерный спектр (Горшков В.Г.)

- ▶ Спектральная плотность $\beta = P_l^- / P^+$
- ▶ Спектральная плотность деструкции, производимой организмами размера l P_l^-
- ▶ Продукция растений суши P^+



- ▶ Разомкнутость круговорота биогенов $\chi = (P^+ - P^-)/P^+$
- ▶ Флуктуация деструкции (потребления) не превышает разомкнутости

$$\beta \leq (\sqrt{n}/l)\chi$$



- ▶ Устойчивость экологических сообществ может быть охарактеризована минимальностью флюктуаций доступных запасов органических и неорганических веществ. Эти флюктуации возникают вследствие рассогласования во времени процессов синтеза и деструкции, организуемые различными видами (организмами), имеющими различные характерные размеры особей. Возникающие дефициты (рассогласования) могут приводить к разрушению локальных экосистем. Естественно предположить, что в процессе эволюции происходила минимизация таких флюктуаций, и это положение может считаться важным принципом организации локальных экосистем. Исходя из этого положения в работе (Makarieva, 2004) показано, что численность вида, удовлетворяющая вышесказанному принципу, связана со средним размером особи вида и средним метаболизмом особи следующим выражением .

$$n \square \frac{1}{lq}$$

- ▶ Полученное соотношение носит статистический характер, причем при получении ее авторы не конкретизируют характерное время усреднения. Оно не связано с типами взаимодействия между популяциями и не может претендовать на объяснение таких явлений, как колебания численности или пространственные волны. Тем не менее, ясно, что, если мы хотим рассматривать динамические процессы, происходящие в природе, нам надо вводить в качестве модельной характеристики размерный спектр потребления первичной продукции различными популяциями, входящими в экосистему. Последнее предполагает введение в модель не только численности видов, но и **доли потребляемой первичной продукции.**

▶ ПОПУЛЯЦИОННЫЕ МОДЕЛИ С НЕЛИНЕЙНОЙ
ДИФФУЗИЕЙ

Белотелов Н.В., Лобанов А.И.

Математическое моделирование. 1997. Т. 9.

№ 12. С. 44.

- ▶ Рассмотрим энергетический баланс особи. Метаболическая мощность передвигающегося организма q связана с основным обменом q_0 (мощностью метаболизма организма при фиксированной температуре в состоянии полного покоя) следующим образом:

$$q = (A(u) + 1) \cdot q_0$$

- ▶ где u – средняя скорость передвижения,

$$A(u) = \frac{u}{u_0} + b$$

- ▶ – активность, u/u_0 – чистая активность передвижения, u_0 является универсальной характеристикой передвижения, не зависящей от размеров животного в рамках заданной таксономической группы ($u_0 \approx 0.3$ м/с). Величина $A(0)=b$ называется готовностью к передвижению.
- ▶ Обозначим через R – радиус индивидуальной активности, то есть характерный линейный размер индивидуальной кормовой территории. Введем характерные времена τ_R - время восстановления ресурса - и τ_S - время обхода особью своей кормовой территории.

- Тогда легко получить, площадь индивидуальной кормовой территории $\sim R^2$. Длина пути, проходимого по данной территории, $\sim R^2 / L$. (Мы предполагаем, что при кормовом перемещении особь съедает ресурс с полосы шириной L , эта длина совпадает с характерным размером особи). Тогда скорость перемещения $u = R^2 / (L \cdot \tau_s)$
- .
- Известно, что мощность основного метаболизма $q_0 \sim M^{2/3} \sim L^2$, где M – масса животного. Тогда метаболическую мощность можно записать в виде:

$$q = \alpha \cdot L^2 \cdot \left(\frac{R^2}{L \cdot \tau_s} + 1 + b \right)$$

- Мощность воспроизведения ресурса равна $w = \frac{\rho \cdot R^2}{\tau_R}$
- , где ρ – плотность ресурса. Из закона сохранения энергии получаем:
- $$\alpha \cdot L^2 \cdot \left(\frac{R^2}{L \cdot \tau_s} + 1 + b \right) = \frac{\rho \cdot R^2}{\tau_R}$$
- или, после преобразований:
- где.
$$k = \frac{\alpha}{\rho} \cdot \frac{\tau_R}{\tau_s}$$
- $$R^2 = \frac{\alpha \cdot (b+1) \cdot L^2 \cdot \tau_s}{\rho \cdot \frac{\tau_R}{\tau_s} - \alpha \cdot L} = (b+1) \cdot \tau_s \frac{k \cdot L^2}{1 - k \cdot L}$$
- Это равенство имеет смысл, если или если отношения плотности ресурса к удельной энергии перемещения больше, чем отношение характерного времени восстановления ресурса к характерному времени обхода кормовой площадки ($\frac{\rho}{\alpha L} > \frac{\tau_R}{\tau_s}$).

- ▶ Предположим, что в популяции характерный (средний) размер особей равен L , при этом в популяции существуют вариации размера δL . Будем считать, что $\delta L/L \ll 1$. Тогда из предыдущего соотношения непосредственно следует равенство

$$2 \cdot R_0 / \tau_S \cdot \delta R = k \cdot (b+1) \frac{2 - k \cdot L_0}{(1 - k \cdot L_0)^2} \cdot L_0 \cdot \delta L = 2 \delta U \delta R$$

- ▶ Здесь учитываются только члены первого порядка малости.
- ▶ Формула играет роль соотношения неопределенности для популяции. Физический смысл ее заключается в следующем. Разброс в размерах (массах) взрослых особей в пределах одного вида (более того, одной популяции) приводит либо к разбросу в радиусах индивидуальной активности, либо в средних скоростях перемещения по ареалу. Этот разброс тем больше, чем больше размерный класс животного L и вариации размера δL . Для конкретной особи радиус ее индивидуальной активности или среднюю скорость возможно определить не точнее, чем позволяет соотношение .

- ▶ Воспользуемся им для оценки размеров популяции, когда неопределенность не сказывается, то есть $X \cdot V_x \gg \Psi \cdot L \delta L$ где $\Psi = k \cdot (b + 1) \frac{2 - k \cdot L_0}{(1 - k \cdot L_0)^2}$
- ▶ Величина $\lambda = k \cdot (b + 1) \cdot \left[\frac{2 - k \cdot L_0}{(1 - k \cdot L_0)^2} \right] L_0 \cdot \frac{\delta L}{V}$ имеет размерность длины.
- ▶ Введем также площадь ареала обитания популяции, $\Omega = X \cdot Y$
- ▶ тогда условием того, что неопределенностью можно пренебречь,
- ▶ будет.

$$\Omega \cdot V^2 \gg \Psi^2 \cdot L^2 \delta L^2$$

- ▶ Пусть плотность популяции $n = 1/\Omega$, тогда это условие принимает вид $n \cdot \lambda^2 \ll 1$
- ▶ Для такой популяции при $\lambda \ll R$ справедлива гипотеза случайных блужданий, следовательно, такую популяцию возможно описать при помощи модели типа “реакция–диффузия” с постоянным коэффициентом диффузии.
- ▶ Пусть теперь $\lambda \approx R$ Тогда скорость перемещения особей можно определить с использованием соотношения неопределенности как $V = \Psi \cdot L \delta L \cdot \sqrt{n}$
- ▶ Оценим поток численности особей через границу модельной прямоугольной области. Пусть длина ее границ составляет Δx и 1 соответственно. Поток через единичную границу теперь дается выражением .

$$W = \frac{\Psi \cdot L \delta L}{4} \cdot \frac{n_1^{3/2} - n_2^{3/2}}{\delta x} \approx D \cdot \sqrt{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x}$$

- ▶ Можно провести следующую характеристику популяций (и занимаемых ими ареалов)
- ▶ $n \ll R^{-2}$, λ - любая.
- ▶ Популяция с малой плотностью населения. Не описывается уравнениями типа “реакция–диффузия” ввиду того, что невозможно представить поток через границу элементарной площадки в виде функции плотности.
- ▶ $n \cong R^{-2}, \lambda \ll R$
- ▶ Численность популяции близка к оптимальной, популяция описывается уравнением с постоянным коэффициентом диффузии, так как справедлива гипотеза случайных блужданий. Поток через границу будет определяться выражением .

$$W \cong \frac{\partial(V \cdot n)}{\partial x} \cong D \cdot \frac{\partial n}{\partial x}$$

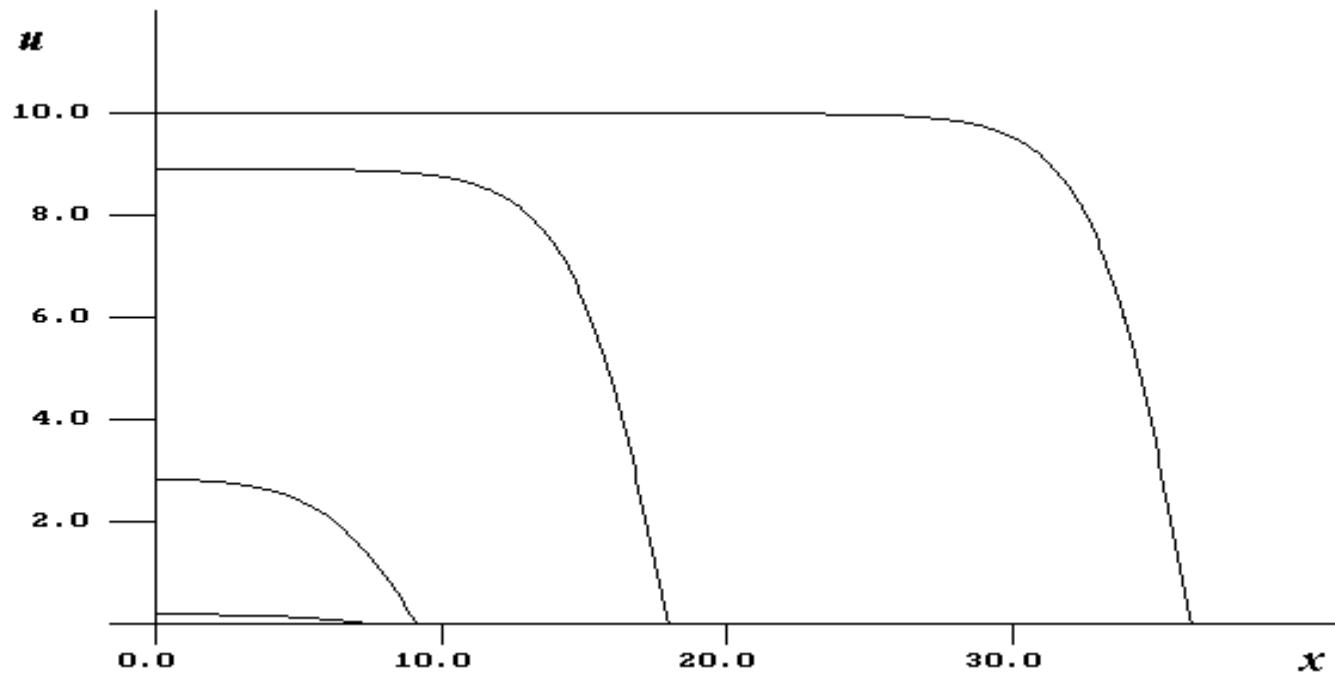
$$n \cong R^{-2}, \lambda \sim R$$

- ▶ Несмотря на то, что численность популяции “оптимальная”, динамика популяции описывается нелинейным уравнением диффузии. Этот случай рассмотрен выше.

$$n \cong R^{-2}, \lambda \gg R$$

- ▶ или $n \gg R^{-2}$ “Перенаселенная” популяция. Меняется тип взаимодействия. Описывается нелинейной диффузией.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(n \frac{\partial n}{\partial x} \right) + a \cdot n - \varepsilon \cdot n^2$$



Рассматривается целочисленная решетка $(i=1, \dots, L, j=1, \dots, F)$, на который равномерно произрастает ресурс (трава). Уравнение роста ресурса имеют вид:

$$m^{i,j}_{t+1} = m^{i,j}_t + K - \theta_t, \text{ если } m^{i,j}_t < H \text{ и } m^{i,j}_t = H, \text{ если } m^{i,j}_t \geq H,$$

где $m^{i,j}_t$ - текущее количество ресурса в точке (i, j) ,

K - скорость роста травы,

H - максимальное возможное количество ресурса.,

а θ_t - доля изъятия ресурсом особью, если она есть в точке (i, j)

На этой решетке находится некоторое множество подвижных особей, которые потребляют ресурс, размножаются и могут перемещаться из узла в узел. Считается, что особь имеет возраст (τ) .

Гибель особи определяется условием недостатка «энергии» (ресурса) $(n_\tau \leq 0)$, который необходим для поддержания затрат на основной метаболизм.

Считается, что с возрастом, потребление ресурса уменьшается.

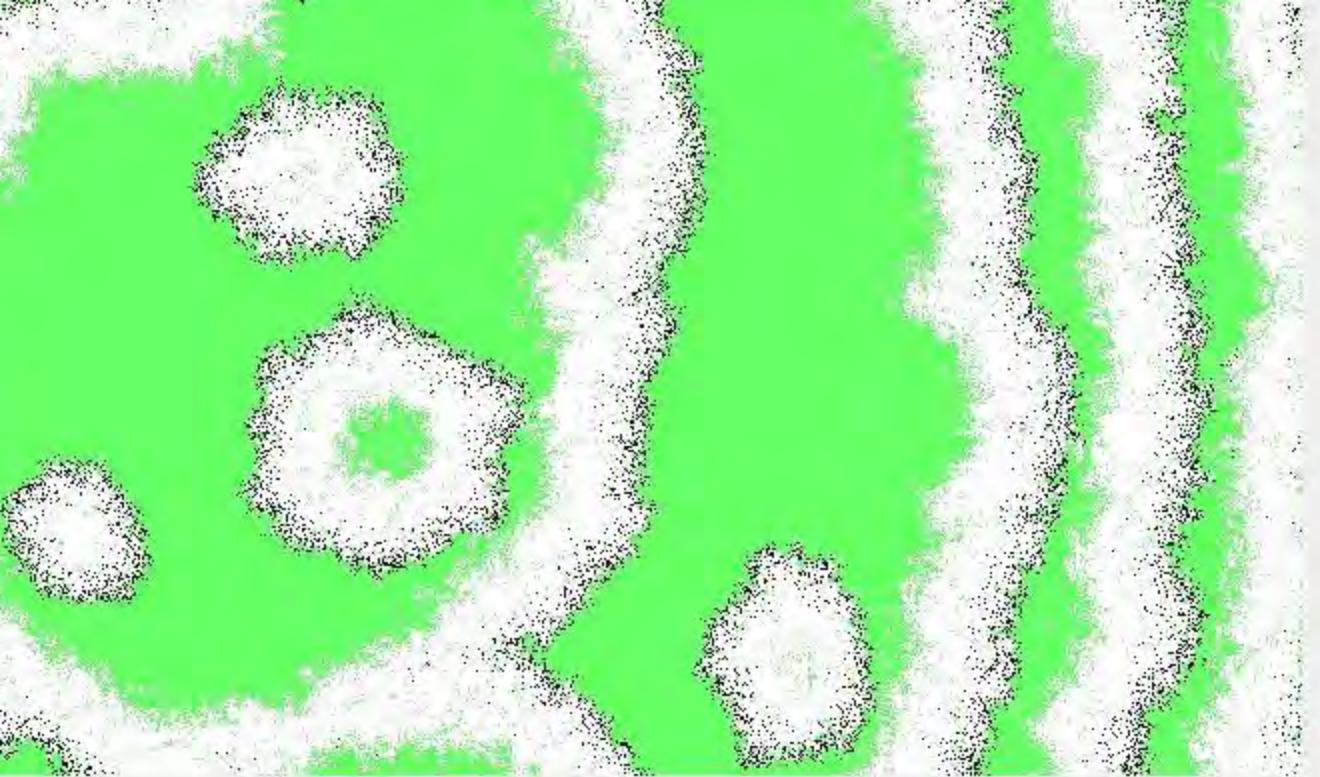
$$\theta = n_\tau * C_1 \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \left(1 - \frac{n_\tau}{N}\right), \text{ где } C_1, T, N \text{ - некоторые постоянные.}$$

По достижении определенного размера особь случайным образом делится (процесс рождения), при этом теряется часть «энергии». Перемещение особи определяется «длиной прыжка» (s) за один временной такт и при этом теряется часть «энергии», имеющейся у особи. Особь характеризуется способностью «видеть» ресурс на расстоянии радиуса обзора (R) . Направление движения особи определяется расположением ближайшего узла, в котором есть ресурс.

Уравнение баланса «энергии» особи имеет вид:

$$n_{\tau+1} = n_{\tau} * C_1 \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \left(1 - \frac{n_{\tau}}{N}\right) - C_2 n_{\tau} S - \alpha n_{\tau}^{\beta} - \lambda \frac{n_{\tau}}{2}$$

где $C_2 n_{\tau} S$ - затраты на перемещение; αn_{τ}^{β} - основной метаболизм; $\lambda \frac{n_{\tau}}{2}$ - затраты на рождение ($\lambda=1$ – происходит рождение в момент времени τ , в противном случае $\lambda=0$). В модели считается, что рождение происходит в среднем один раз за некоторый период времени.



Условное время работы:

1

Скорость размножения:

1000

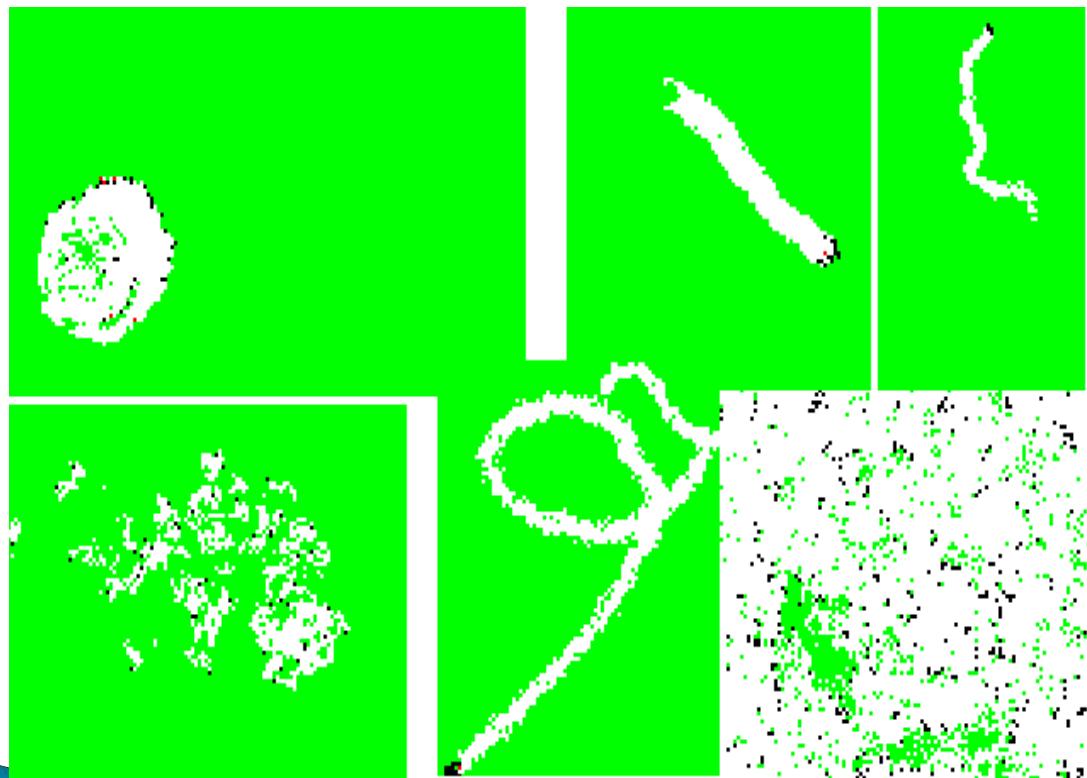
Время восстановления травы:

50

Выносливость травоядных:

20

Режимы движения животных



- ▶ Из вышеприведенных примеров можно сделать вывод, что возможно целесообразно при описании живых систем заимствовать «математические образы», возникшие в процессе описания микрофизических объектов. Поскольку, как было показано выше, принципиальные совместные измерения общепринятых в настоящее время базовых экологических переменных (численность, концентрации биогенных элементов, количество видов) имеет ограниченную совместную измеримость.
- ▶ *«Всякая экспериментальная установка, которая позволила бы контролировать такие (биологические) отправления с той же степенью точностью, какая требуется для четкого их описания на языке физики, будет препятствовать свободному течению жизни.»*
(Бор, 1971)

Дородницын А.А. – академик АН СССР

- ▶ «Построение математической модели – это прежде всего определение структуры оператора, а для этого алгоритмов нет...
- ▶ Моделист» находится в плену существующей математики: он пытается описать явления в новых областях с помощью известных математических структур – в основном дифференциальных уравнений, иногда с введением конечно-разностных соотношений.... только создание новой математики – дифференциального и интегрального исчислений – позволило сформулировать математическую модель движения... задачу внедрения информатики в «описательные» науки я считаю одной из важнейших, быть может самой важной проблемой близкого будущего.»
- ▶ «Информатика, предмет и задачи» (1984 г.)



- ▶ Всякое *новое знание* является нам в *оболочке старых понятий*, приспособленной для объяснения прежнего опыта, и что всякая такая оболочка может оказаться слишком узкой для того, чтобы включить в себя новый опыт.
- ▶ ...*расширение системы понятий* не только восстанавливает порядок внутри соответствующей области знаний, но и еще раскрывает аналогии в других областях.
- ▶ .(Н.Бор «Единство знаний» 1955)

- «Человеческое мышление создает вечно изменяющуюся картину Вселенной.
- Закон инерции нельзя вывести непосредственно из эксперимента, его можно вывести лишь умозрительно – мышлением, связанным с наблюдателем. Наука для своих нужд должна создавать свой собственный язык, свои собственные понятия. Научные понятия часто начинаются с понятий, употребляемых в обычном языке повседневной жизни, но они развиваются совершенно иначе. Обобщение понятий — процесс, часто применяемый в науке. Однако при всяком обобщении должно быть строго удовлетворено одно требование: любое обобщенное понятие должно сводиться к первоначальному, когда выполнены первоначальные условия. Это положение составляет суть принципа соответствия.» (А.Эйнштейн)

► *Спасибо за внимание.*