

## АНАЛИТИКО-ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ СЕВЕРНОГО ОЛЕНЯ

Юрезанская Ю.С.

ВЦ РАН, Москва, Россия

### Имитационное моделирование

Имитационный метод в моделировании (системная динамика Дж.Форрестера) позволяет принимать к рассмотрению практически все предложения экспертов в количественной или качественной форме. Относительная простота модификации моделей такого типа позволяет проводить сравнительный анализ различных наборов исходных предположений, данных, гипотез. Осуществление вычислительных экспериментов на ЭВМ позволило снять ограничения на степень детализации моделей.

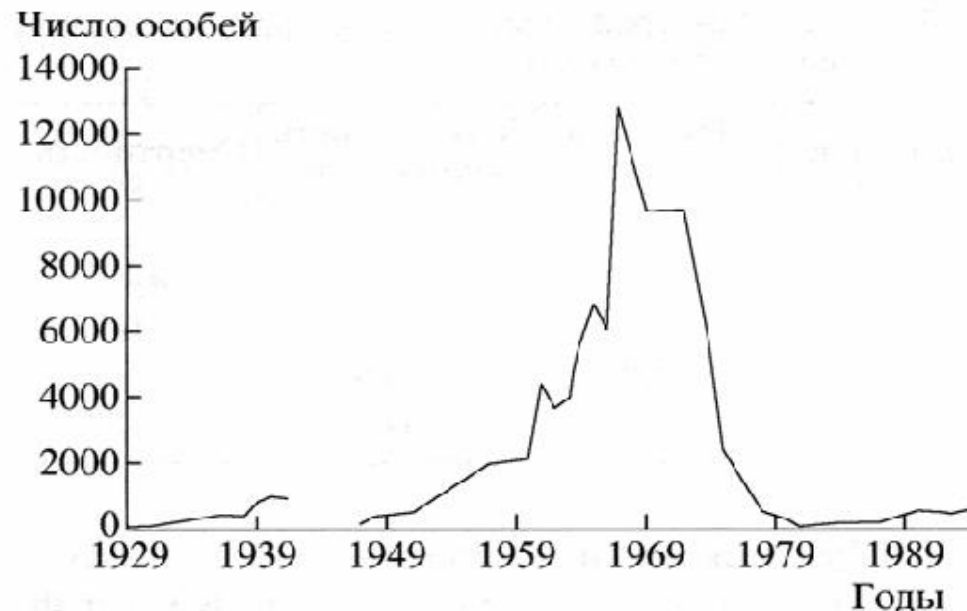
Однако, эффективность чисто имитационных технологий сдерживает ряд ограничений.

### Основной тезис

- Большая имитационная модель, где каждый блок проверен, выверен со специалистами, не гарантирует правильной работы модели.
- Такая модель не может быть самодостаточной – это *полуфабрикат*, инструмент по переработке исходной биологической (и не только) информации, ***инструмент по предварительному исследованию объекта***, по генерации «новой информации» об объекте, полученной в результате вычислительных экспериментов с исходной имитационной моделью.
- Привлекательно выглядит сочетание имитационных и аналитических подходов - рассмотрение наборов взаимосвязанных моделей (имитационной системы), в том числе упрощенных, допускающих аналитическое (параметрическое) исследование.
- Поиск способов реализации таких сочетаний привел к формированию комплексных исследований (КОИС).

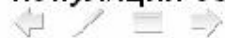


# Экспериментальные данные



Зарегистрированная динамика численности изолированной западной группировки северного оленя в Мурманской обл. (Лапландский заповедник) в 1929-1995гг. Разрыв в 1942-1947 связан с Отечественной войной, когда производились заготовки оленей на мясо. \*

\*Лопатин В.Н. Абатуров Б.Д. Математическое моделирование трофически обусловленной цикличности популяции северного оленя (RANGIFER TARANDUS) //Зоологический журнал, 2000, том 79, №4, с. 452-460



## Основные предположения

- Модельная площадь – 100 кв.км.
- Максимальная численность популяции на данной площади – 120 особей.
- Рост популяции оленей ведет к снижению биомассы лишайников до 3 ц./га.
- Затем рост сменяется падением.
- Максимальная биомасса лишайников 10 ц./га.
- Биомасса лишайников ниже 3 ц./га. является критической.
- При этой биомассе лишайников, плодовитость особей падает до нуля и существенно увеличивается смертность.
- Выедание запасов лишайников не может быть полным, и их восстановление начинается раньше, чем популяция оленей достигает минимума.
- Период роста популяции 25-30 лет.
- Падение численности популяции 10 лет.

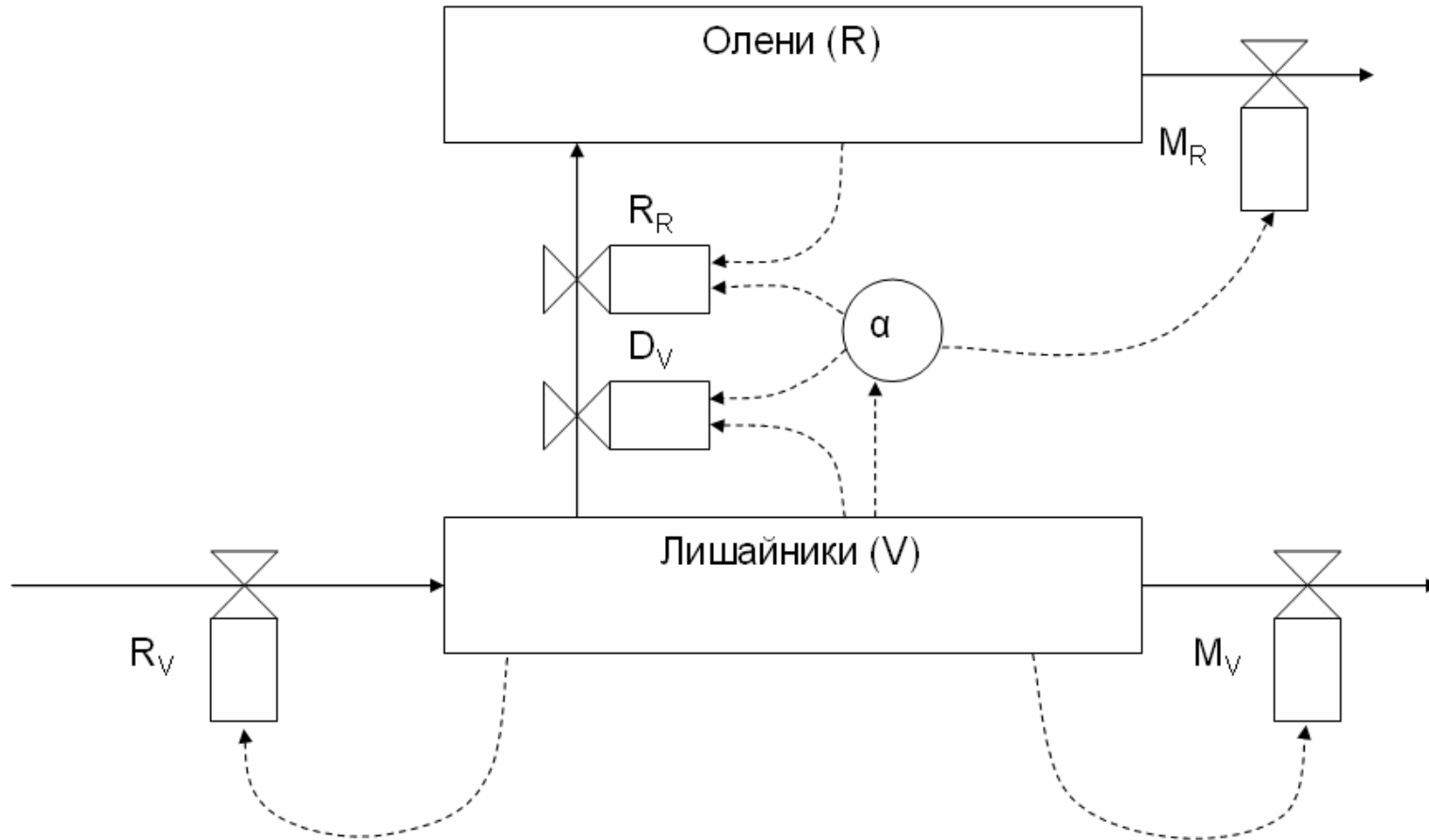
## Критические уровни растительности

Было привлечено следующее предположение:

- Кормовые запасы могут использоваться животными лишь до определенного для них критического уровня, соответствующего тому минимальному запасу, при котором животные ещё способны собрать необходимое количество пищи.
- Дальнейшее снижение кормовых запасов губительно для данной популяции и поэтому обычно не возможно.\*

\*Абатуров Б.Д. О механизмах естественной регуляции взаимоотношений растительноядных млекопитающих и растительности // Зоологический журнал – 1975, том 54, вып. 5.

# Имитационная диаграмма



# Уравнения модели

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = R_V - M_V - D_V \\ \frac{dR}{dt} = R_R - M_R \end{cases}$$

Лишайники

Прирост растительности

$$R_V = a_1 \cdot \left(1 - \frac{V}{V_{\max}}\right) \cdot V$$

Естественное отмирание растительности

$$M_V = a_2 \cdot V$$

Отчуждение растительности  
если корма достаточно

$$D_V = b_1 \cdot R$$

Отчуждение растительности  
если корма не достаточно

$$D_V = V \cdot f_{dv}(V)$$

Олени

Прирост популяции оленей,  
если корма достаточно ( $V \geq \alpha$ )

$$R_R = D_V \cdot kpb_r$$

Прирост популяции оленей,  
если корма не достаточно ( $V < \alpha$ )

$$R_R = 0$$

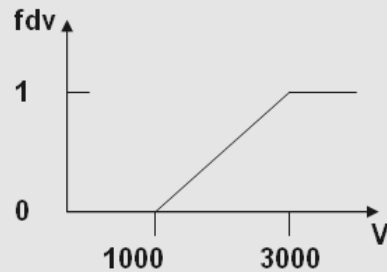
Отмирание оленей,  
если корма достаточно ( $V \geq \alpha * 0.8$ )

$$M_R = R \cdot b_2$$

Отмирание оленей,  
если корма не достаточно ( $V < \alpha * 0.8$ )

$$M_R = R \cdot b_3$$

# Параметры



Функция  $f_{dv}$ . снижение ценности кормов ( $V$ ) при их дефиците.

$V$  – биомасса лишайников

$V_{max}$  – максимальная биомасса лишайников

$R$  – Численность популяции оленей

$a_1$  – коэф. прироста растительности

$a_2$  – коэф. отмирания растительности

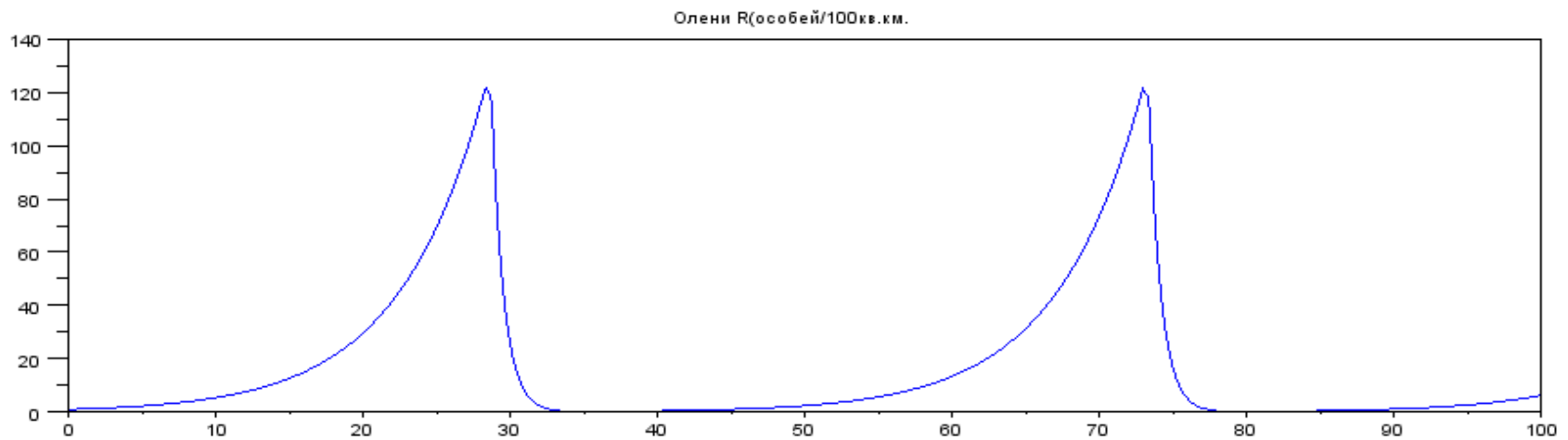
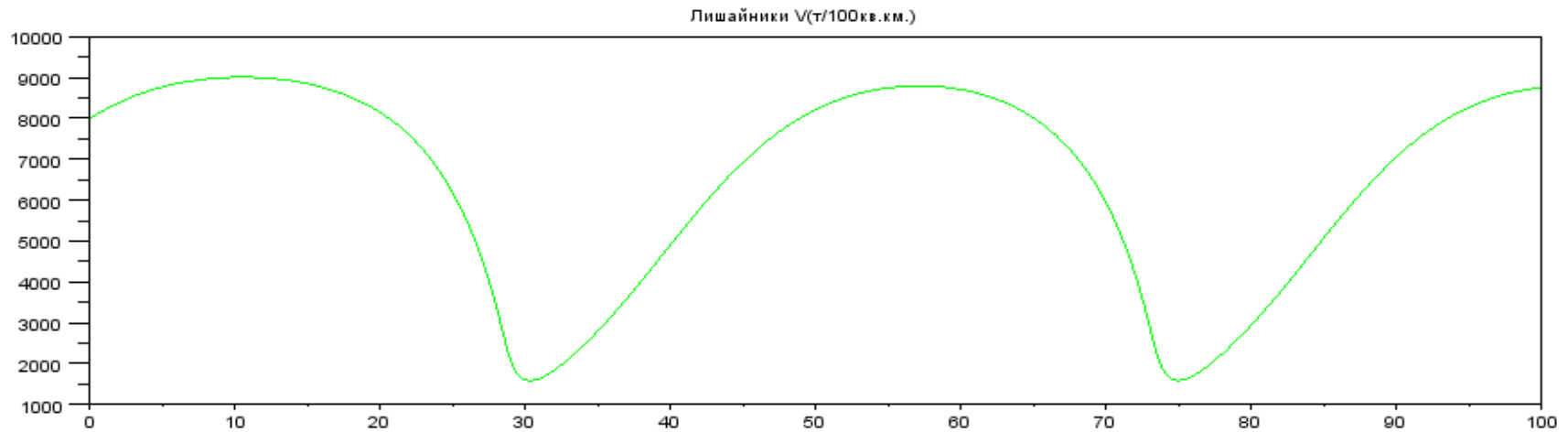
$b_1$  – коэф. скорости потребления ягеля, тонн на особь в год

$b_2$  – коэф. смертности если корма хватает

$b_3$  – коэф. смертности если не корма хватает

$k_{pbr}$  – коэф. перехода биомассы ягеля в биомассу оленей. К-т конверсии.

## Результат вычислительного эксперимента





## Упрощенная модель

Анализ результатов вычислительных экспериментов показал, что имитационную модель можно упростить следующим образом.

будем считать, что в модели 2 режима:

-корма достаточно (увеличение численности популяции).

-корм недоступен (уменьшение численности популяции).

функцию  $f(V)$  в режиме «корм недоступен» заменим на константу –  $c_2$ .

Рассмотрим уравнения имитационной модели в двух динамических режимах:

корма достаточно –

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = a_1 \cdot \left(1 - \frac{V}{V_{\max}}\right) \cdot V - a_2 \cdot V - b_1 \cdot R, \\ \frac{dR}{dt} = kpb_1 \cdot b_1 \cdot R - R \cdot b_2, \end{cases} \quad (1)$$

корм недоступен –

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = a_1 \cdot \left(1 - \frac{V}{V_{\max}}\right) \cdot V - a_2 \cdot V - V \cdot c_2, \\ \frac{dR}{dt} = -R \cdot b_3. \end{cases} \quad (2)$$

Нерасшифрованные параметры модели представляют собой некоторые константы.

Решения систем 1, 2 выглядят следующим образом:

корм недоступен –

$$\begin{aligned} R(t) &= C_1^* e^{-b_3 t}, \\ \frac{V(t)}{(a_1 - a_2 - c_2) - a_1 V(t) / V_{\max}} &= E e^{(a_1 - a_2 - c_2) t}, \end{aligned}$$

корма достаточно –

$$R(t) = C_2^* e^{(-b_2 + kpb_1 b_1) t},$$

$$V(t) = e^{(a_1 - a_2)t/2} \left[ C_1 J_n \left( 2b_2^{-1} \sqrt{\frac{a_1 b_1 C_2^*}{V_{\max}}} e^{b_2 t/2} \right) + C_2 Y_n \left( 2b_2^{-1} \sqrt{\frac{a_1 b_1 C_2^*}{V_{\max}}} e^{b_2 t/2} \right) \right], \quad n = \frac{a_2}{b_2}.$$

