

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ САЙГАКОВ

Юрезанская Ю.С.¹

¹ ВЦ РАН, Москва, Россия

Аннотация: представлена аналитическая модель сайгаки – двудольные травы и полукустарники – злаки. Модель предназначена для описания влияния корма различного качества на динамику численности сайгаков. Приведены результаты расчётов за период 10 лет.

1. Введение

В настоящее время основные места обитания сайгаков в России отличаются низким кормовым качеством растительного покрова, и даже большой общий запас растительной массы не обеспечивает полноценного питания животных, идет речь о низкой кормовой ёмкости имеющихся пастбищ и об отсутствии условий для роста численности поголовья (Абатуров, 2007). В современном питании сайгаков преобладают малопитательные однодольные растения (злаки, осока) (Абатуров, 2008). Более предпочитаемые сайгаками двудольные растения занимают подчинённое положение. В (Абатуров, 2007) делается предположение, что такая ситуация сложилась под влиянием прекращения выпаса крупного скота и ежегодных степных пожаров; также выдвигается гипотеза о том, что низкопитательный растительный покров более губителен для сайгаков, чем браконьерство и тяжелые климатические условия.

1. Описание модели

Взяв за основу нелинейную модель Лотки–Вольтера, автор предлагает следующую линейную модель. Предложена неавтономная система трёх дифференциальных уравнений, которая описывает динамику численности сайгаков S , двудольных трав и полукустарников DV , а также злаков ZL .

$$\begin{cases} \frac{dDV}{dt} = C_{DVR} DV - C_{DVM} DV - C_{DVD} S, \\ \frac{dZL}{dt} = C_{ZLR} ZL - C_{ZLM} ZL - C_{ZLD} S, \\ \frac{dS}{dt} = C_{SR} S - C_{SM} S. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $C_{DVR}, C_{DVM}, C_{DVD}$ – коэффициенты прироста, естественного отмирания и отчуждения двудольных травянистых растений и полукустарников; под отчуждением понимается поедание растительности сайгаками. По аналогии определяются коэффициенты для злаков и сайгаков. Данная система уравнений имеет простое аналитическое решение:

$$S(t) = C_1 e^{Kt}, \quad K = C_{SR} - C_{SM},$$

$$ZL(t) = A_{ZL} e^{K_2^{ZL} t} + \frac{K_3^{ZL}}{K_2^{ZL} - K} e^{Kt}, \quad K_2^{ZL} = C_{ZLR} - C_{ZLM}, \quad K_3^{ZL} = C_1 C_{ZLD},$$

$$DV(t) = A_{DV} e^{K_2^{DV} t} + \frac{K_3^{DV}}{K_2^{DV} - K} e^{Kt}, \quad K_2^{DV} = C_{DVR} - C_{DVM}, \quad K_3^{DV} = C_1 C_{DVD}.$$

Здесь A_{ZL}, A_{DV}, C_1 являются константами интегрирования и подбираются, исходя из начальных условий. Функция влияния качества корма на динамику численности сайгака пока не вставлена в модель, но её планируется вставить. Для достижения связи с биологической

информацией величины A_{ZL} и A_{DV} подобрались так, чтобы биомасса злаков (мало питательных) превышала биомассу двудольных (более питательных).

Результаты моделирования, рассчитанные по этим формулам, представлены за период 10 лет, при этом постоянные коэффициенты системы уравнений 1 принимают различные значения в зависимости от времени года. Расчет начинается с января, начальное число особей $C_I=1000$. Коэффициенты смертности сайгаков C_{SM} брались согласно данным динамики смертности сайгака по месяцам в процентах от всего отхода за год (Близнюк, 2009), что демонстрирует рисунок 1. Коэффициенты прироста C_{SR} взяты также из этого источника: зимой, летом и осенью $C_{SR}=0$, весной $C_{SR}=1.02$ (так как сайгаки размножаются только весной); введено дополнительное условие: если нет никакого корма, то $C_{SR}=0$.

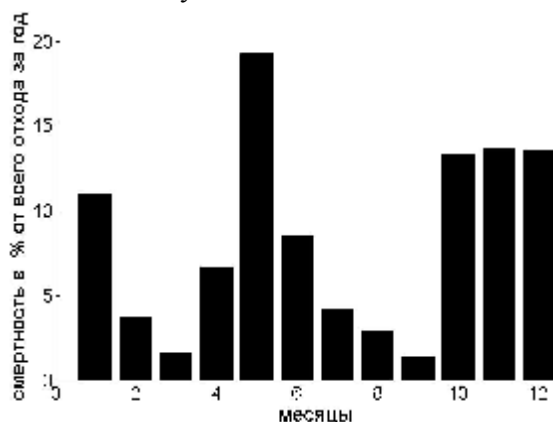


Рисунок 1 – Коэффициенты смертности сайгака

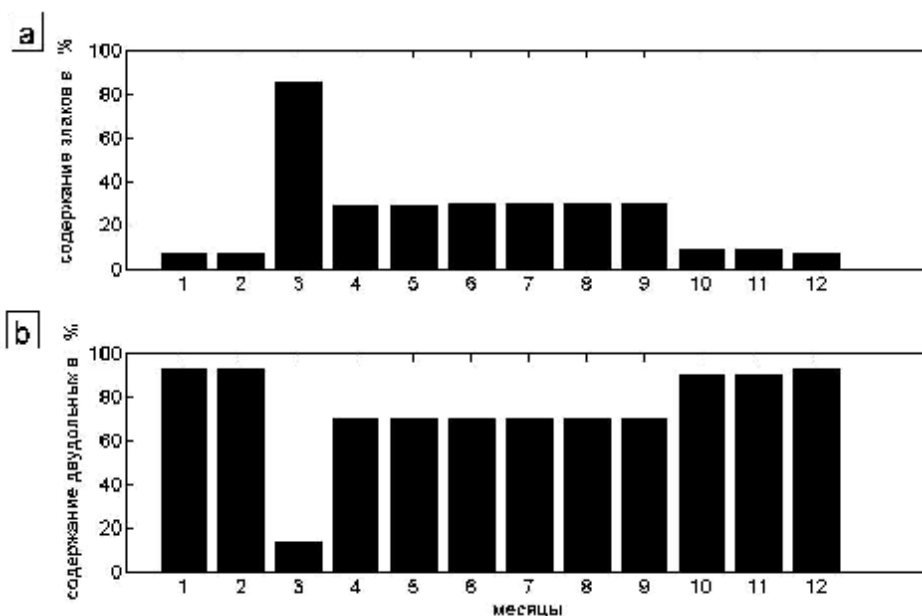


Рисунок 2

Коэффициенты отчуждения растительности сайгаками C_{DVD} и C_{ZLD} в разные месяцы также брались согласно натурным данным (Близнюк, 2009), где представлены значения групп кормов в питании сайгака по периодам года в процентах от общего объема корма. Данные для злаков брались из литературы, содержание двудольных вычислялось как оставшаяся часть от 100%. При этом $C_{DVD} = bf(t)$, $C_{ZLD} = bg(t)$, где $f(t)$ и $g(t)$ – функции,

построенные на основе натуральных данных, а b – параметр моделирования, отвечающий за долю, потреблённой сайгаками растительности, от ее общей биомассы. Также параметрами моделирования являются коэффициенты прироста и отмирания злаков и двудольных в системе дифференциальных уравнений 1. Параметры моделирования подбираются таким образом, чтобы достигались реальные динамические режимы, чтобы не было отрицательных значений корма и животных, а также их аномально высоких значений. Например, считается, что площадь, занимаемая сайгаками, не может содержать более 5000 особей, и сайгаки не могут исчезнуть полностью, при любых тяжёлых условиях их численность не падает ниже 2% от исходного числа.

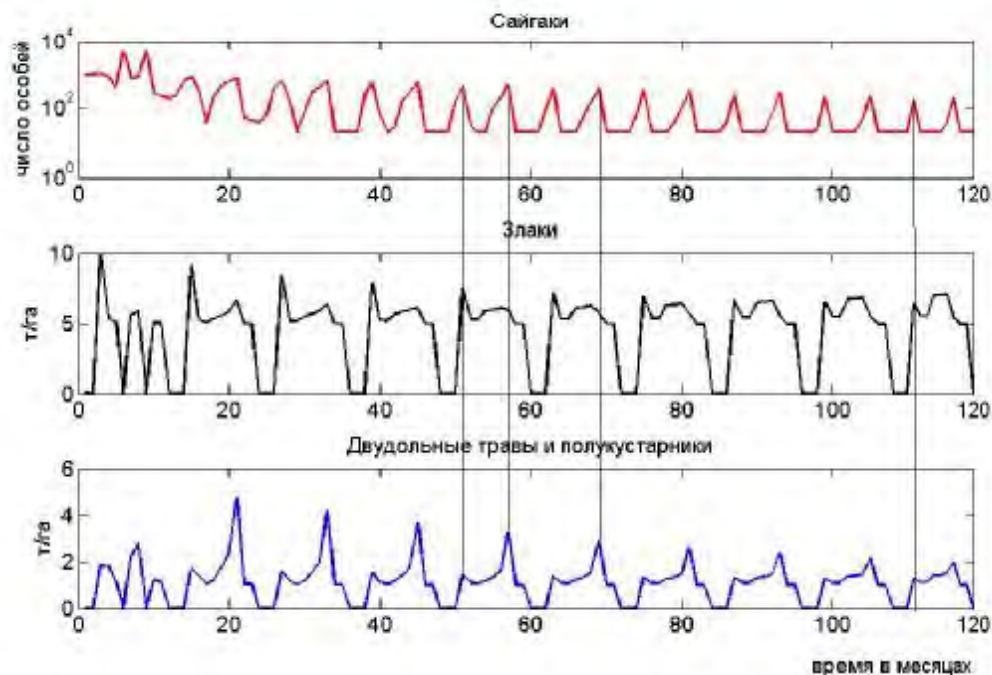


Рисунок 3

Литература

- Абатуров Б.Д. Популяция сайгака в России и проблемы ее сохранения. // Вестник РАН. - 2007. - № 77(9).- С.785-793.
- Абатуров Б.Д., Ларионов К.О., Джапова Р.Р., Колесников М.П. Качество кормов и обеспеченность сайгаков (*saiga tatarica*) пищей в условиях восстановительной смены растительности на Чёрных землях Калмыкии // Зоологический журнал. - 2008. - № 87(9).- С.1524 -1530.
- Близнюк А.И. Сайгак калмыцкой популяции. - Элиста: НПП <Джангар>, 2009. - 544 с.