



ГНЦ Агрофизический НИИ,  
Санкт-Петербург (Россия)

# «Минималистичная» модель водного режима растения

*А.Г. Топаж, П.Д. Гурин*



# Уровни продуктивности моделей производственного процесса

Лимитирующие факторы

Продуктивность

конкуренция,  
болезни, вредители

V

(экология)

P, K,

микроэлементы

IV

(минеральное  
питание)

N, C

III

(азотный режим)

W, P

II

(водный режим)

Q, T

I

(фотосинтез, фенология)

ДВУ

КОУ

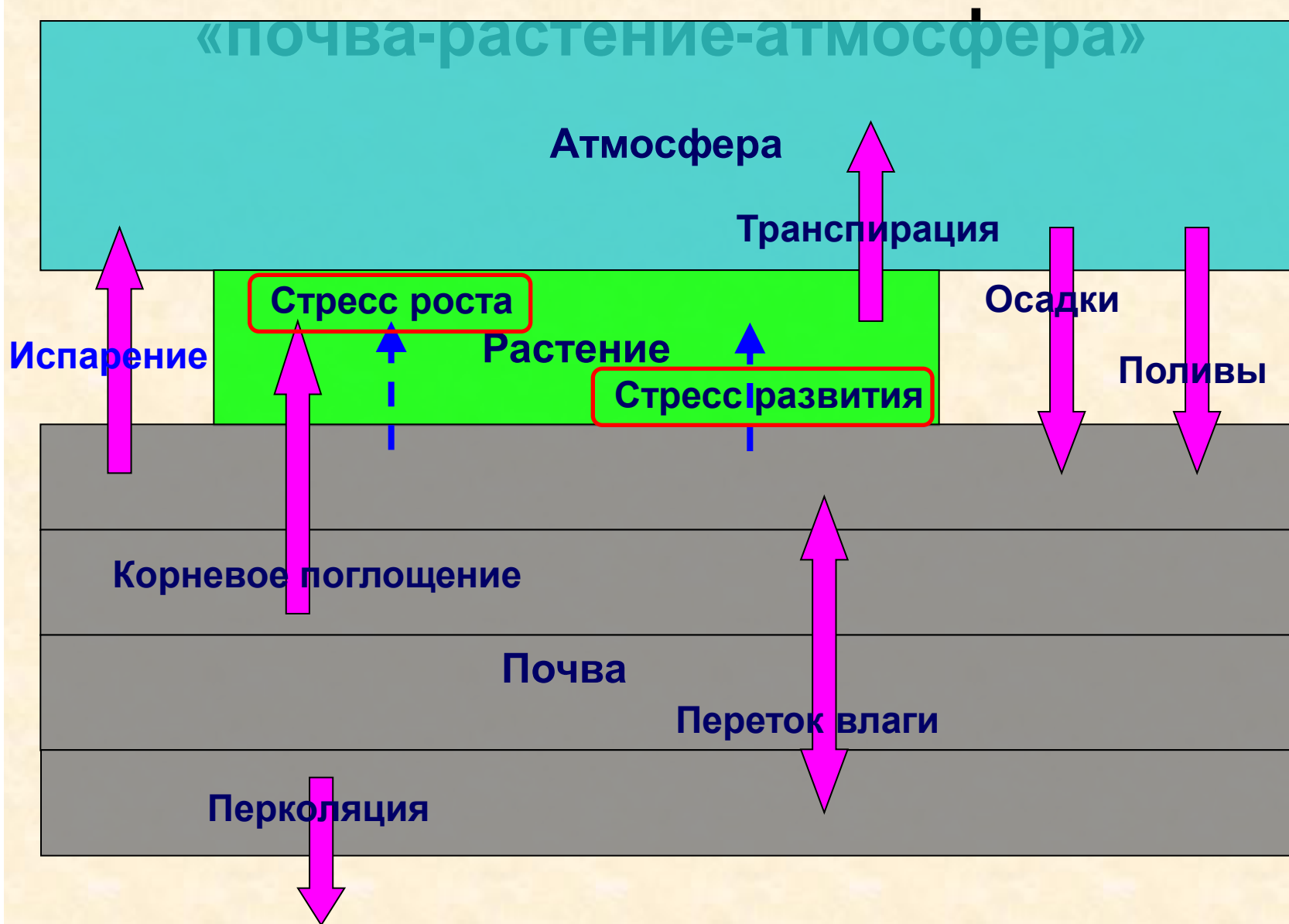
ПУ

ГНЦ Агрофизический НИИ,  
Санкт-Петербург (Россия)



ЭКО  
МАТ  
МОД

# Моделирование динамики влаги в системе



ГНЦ Агрофизический НИИ,  
Санкт-Петербург (Россия)



# Физиология водного стресса

ГНЦ Агрофизический НИИ,  
Санкт-Петербург (Россия)

process or parameter affected	sensitivity to stress			selected references
	very sensitive		intensive	
	reduction in tissue $\psi$ required to affect the process			
	0	1	2MPa	
cell growth (-)	[graph: horizontal bar from 0 to 0.5]			Acevedo <i>et al.</i> 1971; Boyer 1968 Cleland 1967 Hsiao 1970 Virgin 1965 Huffaker <i>et al.</i> 1970 Zabada 1974; Beardsell & Cohen 1974 reviewed by Hsiao 1973 Van den Driesche <i>et al.</i> 1971  reviewed by Hsiao 1973 Van den Driesche <i>et al.</i> 1971  Boyer 1971; Milburn 1966
wall synthesis <sup>†</sup> (-)	[graph: horizontal bar from 0 to 0.5]			
protein synthesis <sup>†</sup> (-)	[graph: horizontal bar from 0 to 0.5]			
protochlorophyll formation <sup>‡</sup> (-)	[graph: horizontal bar from 0 to 0.5]			
nitrate reductase level (-)	[graph: horizontal bar from 0 to 0.5]			
ABA synthesis (+)	[graph: horizontal bar from 0 to 0.5]			
stomatal opening (-):				
(a) mesophytes	[graph: horizontal bar from 0 to 0.5]			
(b) some xerophytes	[graph: horizontal bar from 0 to 1.5]			
CO <sub>2</sub> assimilation (-):				
(a) mesophytes	[graph: horizontal bar from 0 to 0.5]			
(b) some xerophytes	[graph: horizontal bar from 0 to 1.5]			
respiration (-)	[graph: horizontal bar from 0 to 0.5]			
xylem conductance <sup>§</sup> (-)	[graph: horizontal bar from 0 to 0.5]			
proline accumulation (+)	[graph: horizontal bar from 0 to 0.5]			
sugar level (+)	[graph: horizontal bar from 0 to 0.5]			

Hsiao *et al.* 1976





# Учет водного стресса в комплексных моделях продукционного процесса

ГНЦ Агрофизический НИИ,  
Санкт-Петербург (Россия)

$$SWAR = \frac{(sw - ll)}{(dul - ll)}$$

pSyst DSSAT-CSM

$$SWSF = \frac{AT}{PT}$$

TOOL  
MIN

развитие

Ф  
А

$$FRRT = FRRT + ATOP \cdot (1 - fs) \cdot (1 - FRRT)$$

Размножение

$$DM_T = SW \cdot TE$$

$$C_{shoot} = C_{tot} / (1 + (R_E / E_{wn}))$$

PR

Листьев

Рост / ра  
Корней

$$NFC = NFR \cdot BM \cdot SWAR$$

Связь с  
азотным

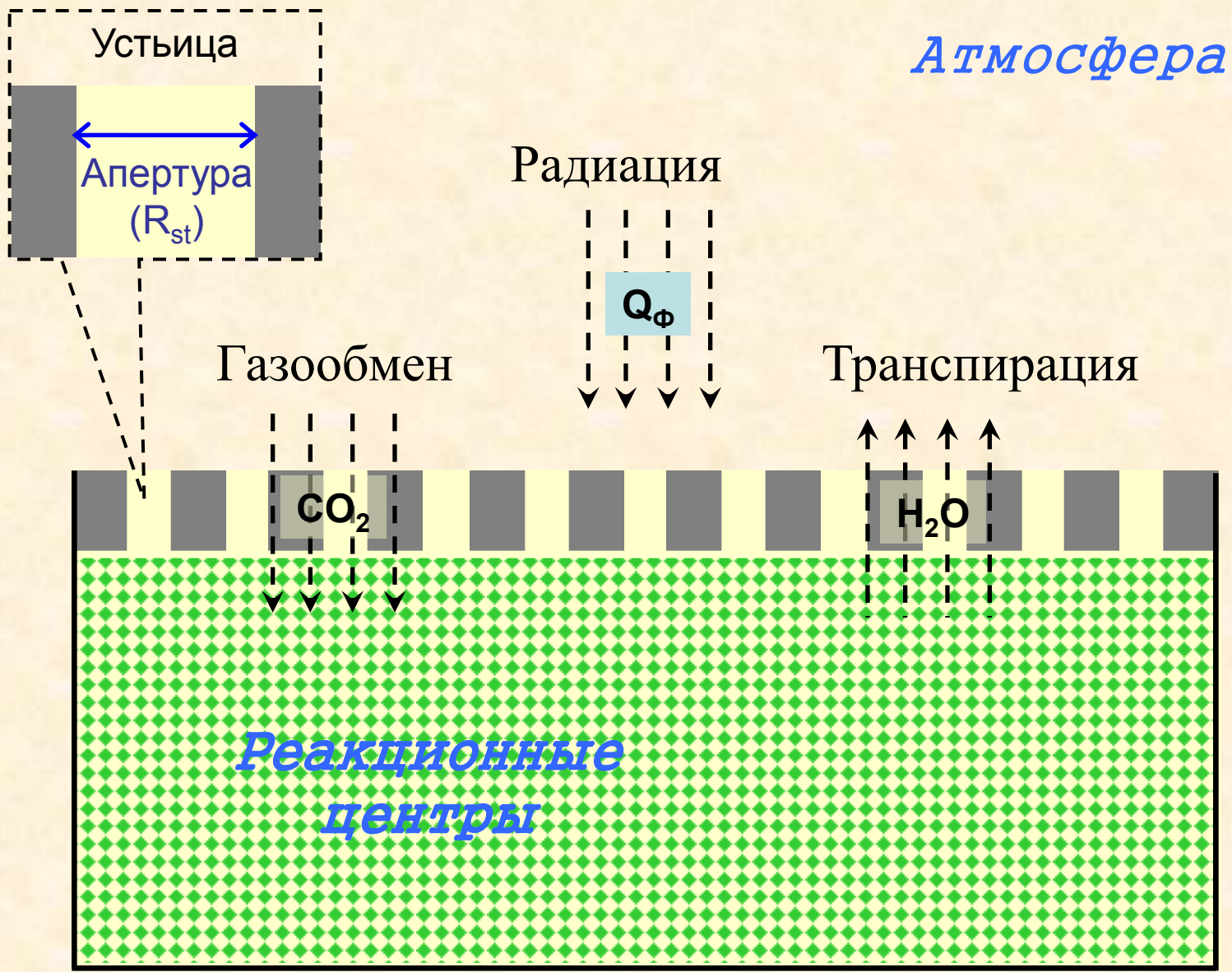
$$NGSWF = 1.125 - 0.125 \cdot SWAR$$

• - эмпирический (регрессионный) подход



# УСТЫИЧНАЯ РЕГУЛЯЦИЯ

ГНЦ Агрофизический НИИ,  
Санкт-Петербург (Россия)



Атмосфера

Реакционные  
центры



# Факты и предположения

- ❖ Уровень открытия устьиц **ОДНОВРЕМЕННО** управляет интенсивностью газообмена и транспирации
- ❖ Целями оптимальной программы устьичной регуляции являются:
  - ❖ Максимизация фотосинтеза (газообмена)
  - ❖ *Минимизация ???* транспирации
    - ❖ Уменьшение транспирации ведет к перегреву листа, что может являться отрицательным фактором
    - ❖ Увеличение транспирации ведет к потере почвенной влаги, то есть к потенциальной опасности засухи.
    - ❖ Адекватной «физиологической» модели для описания прямого негативного влияния засухи на процессы жизнедеятельности растения пока не разработано.
- ❖ «Оптимальная» устьичная регуляция должна обеспечивать функциональный баланс между газообменом и транспирацией.



# Экстремальные модели устойчивой регуляции

«Экономическая» модель (Cowan & Farquhar, 1977)

$$J = \int_0^T (E(t) - \lambda \cdot A(t)) \cdot dt$$

$$g_s^{opt} = f(I) \cdot \left( \sqrt{\frac{C_a \cdot \lambda}{1.6 \cdot D}} - 1 \right)$$

E – транспирация

A – ассимиляция (фотосинтез)

I – ФАР

$C_a$  – концентрация CO<sub>2</sub> в атмосфере

D – дефицит насыщения влажности

$\lambda$  - «цена» воды

ГНЦ Агрофизический НИИ,  
Санкт-Петербург (Россия)

Модифицированная модель Полуэктова







# Физика процесса фотосинтеза

Нетто-ассимиляция (производство первичных углеродных ассимилятов):

$$\Phi_n = S_{leaf} \cdot \Phi_g - B_{leaf} \cdot R$$

Фотосинтез:

$$\Phi_g = \Phi_g (Q_{\Phi}, C_a, R_{st})$$

Дыхание:

$$R = R(T_{leaf})$$



# Физика процесса транспирации

Радиационный баланс:

$$Q_{\Phi} - \Pi_p - \chi \cdot E = 0$$



$$E = E(Q_{\Phi}, T_a, q_a, u_{wind}, R_{st})$$

Поглощение воды корнями:

$$E_r = \sum_{i=1}^{NR} \xi \cdot \omega_i \cdot (p_i - \Psi_R)$$

Водный баланс:

$$E \approx E_r ; \Psi_R = \Psi_{leaf}$$



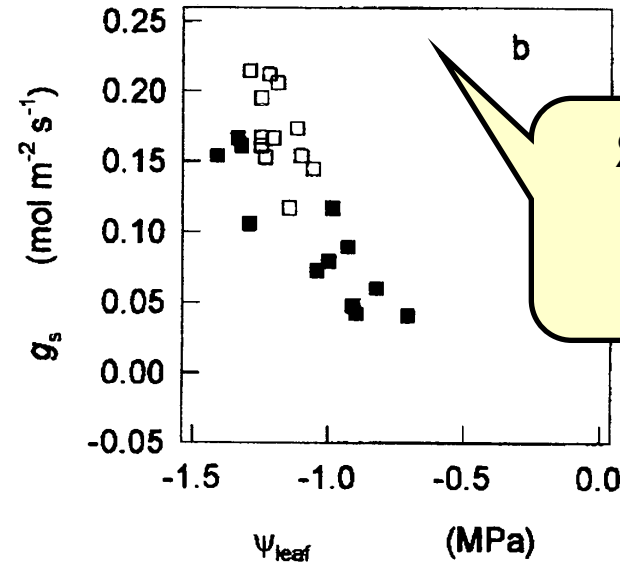
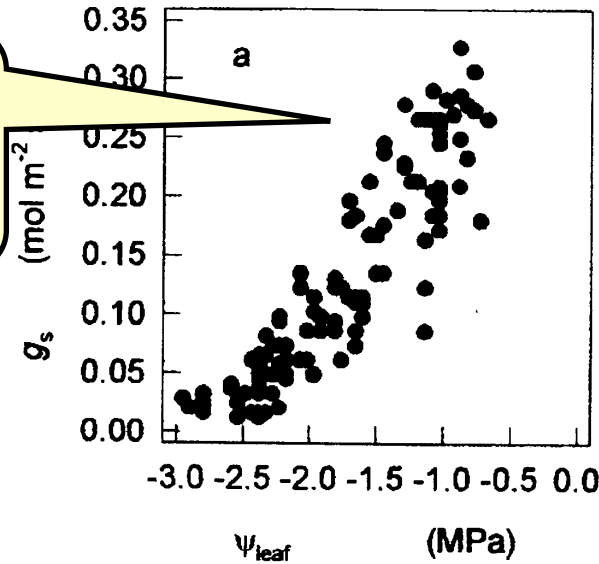
# Замыкание системы без привлечения соображений об оптимальности

ИГНЦ Агрофизический  
Санкт-Петербург (Россия)

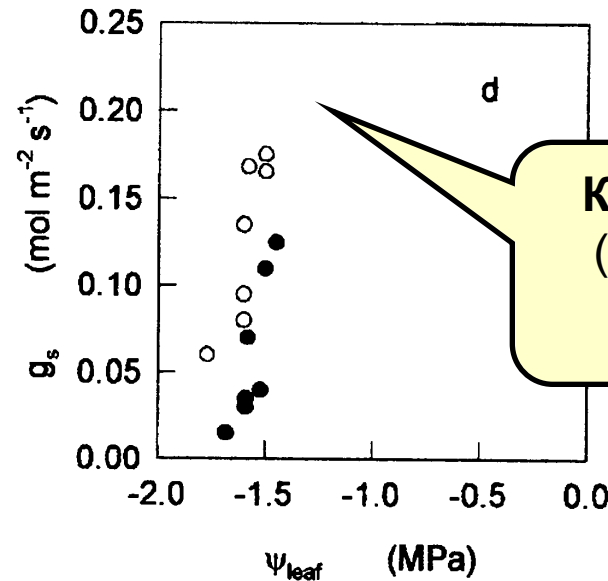
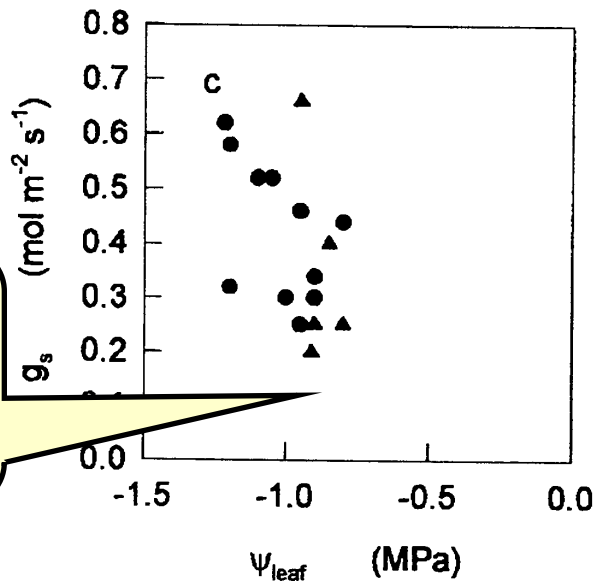
НО

Сах.  
тростник  
(Meinzer,  
Grantz, 1990)

Сорго  
(Hensel et al,  
1976)



Яблоня  
(Jones,  
1985)



Кукуруза  
(Tardieu,  
1985)

ЮГО  
ЕННОЕ  
В  
ИНОЙ

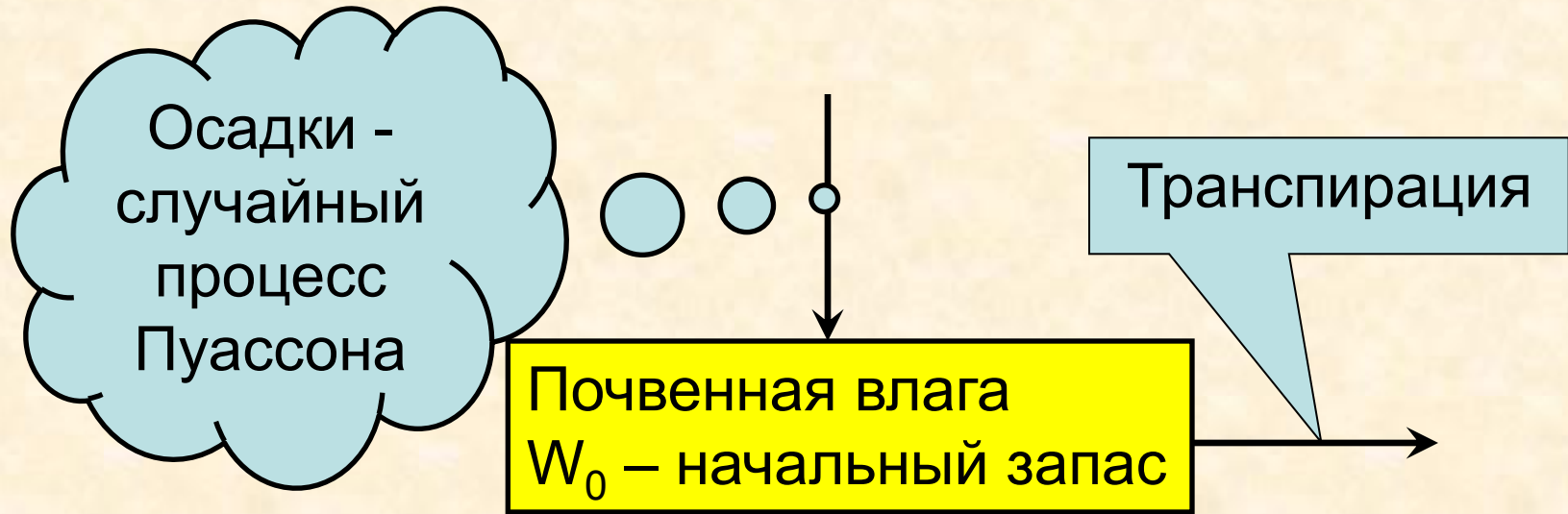
ing to  
posed to

МАТ  
МОД



# Управление транспирацией как задача оптимального управления (идея Hari)

ГНЦ Агрофизический НИИ,  
Санкт-Петербург (Россия)



- **Цель** – оптимизация средней интегральной ассимиляции за период засухи (дней без осадков), где длина этого периода – случайная величина
- **Управление** - величина устьичной проводимости, определяющая интенсивности ассимиляции и транспирации
- **Ограничение** – суммарная транспирация за период не должна превышать начальный запас влаги в почве





# Описательная формализация модели

ГНЦ Агрофизический НИИ,  
Санкт-Петербург (Россия)

1. Под управлением понимается интенсивность транспирации. При этом устьичное сопротивление может быть однозначно определено из уравнения радиационного баланса
2. Возможная величина транспирации (ограничения на управление) не может превышать некой предельной величины, вычисляемой из уравнений радиационного или водного баланса в растении
3. Единственная динамическая переменная модели – влажность почвы. Ее динамика однозначно определяется управлением (транспирацией)
4. Цель управления – максимизация средней интегральной ассимиляции (фотосинтеза) в течение эффективного засушливого периода



# Математическая формализация модели

Цель

$$J = \int_0^{\infty} \exp(-k \cdot t) \cdot f(u, \mathbf{w}(t)) \cdot dt \rightarrow \max$$

Ограничения

$$0 \leq u \leq u_{\max}(\mathbf{w}(t), W_s)$$

Ассимиляция

$$u_{\max}(W_s) = \min \left[ u_{\max}^R(\mathbf{w}(t)), u_{\max}^W(W_s) \right]$$

Из радиационного баланса

$$u_{\max}^W = \xi \cdot \omega \cdot \left( p_s(W_s) - \Psi^{\max} \right)$$

ОГХ

Из водного баланса

Потенциал завядания

Динамика

$$\frac{dW_s(t)}{dt} = -u \quad W_s|_{t=0} = W_{s0}$$

# Решение задачи оптимизации

Особенность:

Динамическая переменная не входит явным образом в функционал цели, а влияет на оптимальное управление только через ограничения

Пример:

$$f(u, t) \equiv e^{-k \cdot t} \cdot \sqrt{u} \quad u_{\max}(x, t) \equiv x \quad x|_{t=0} = 1$$

$$\Downarrow$$
$$u_{opt} = \begin{cases} x & , \quad k > 0.5 \\ 2k \cdot x & , \quad k \leq 0.5 \end{cases}$$

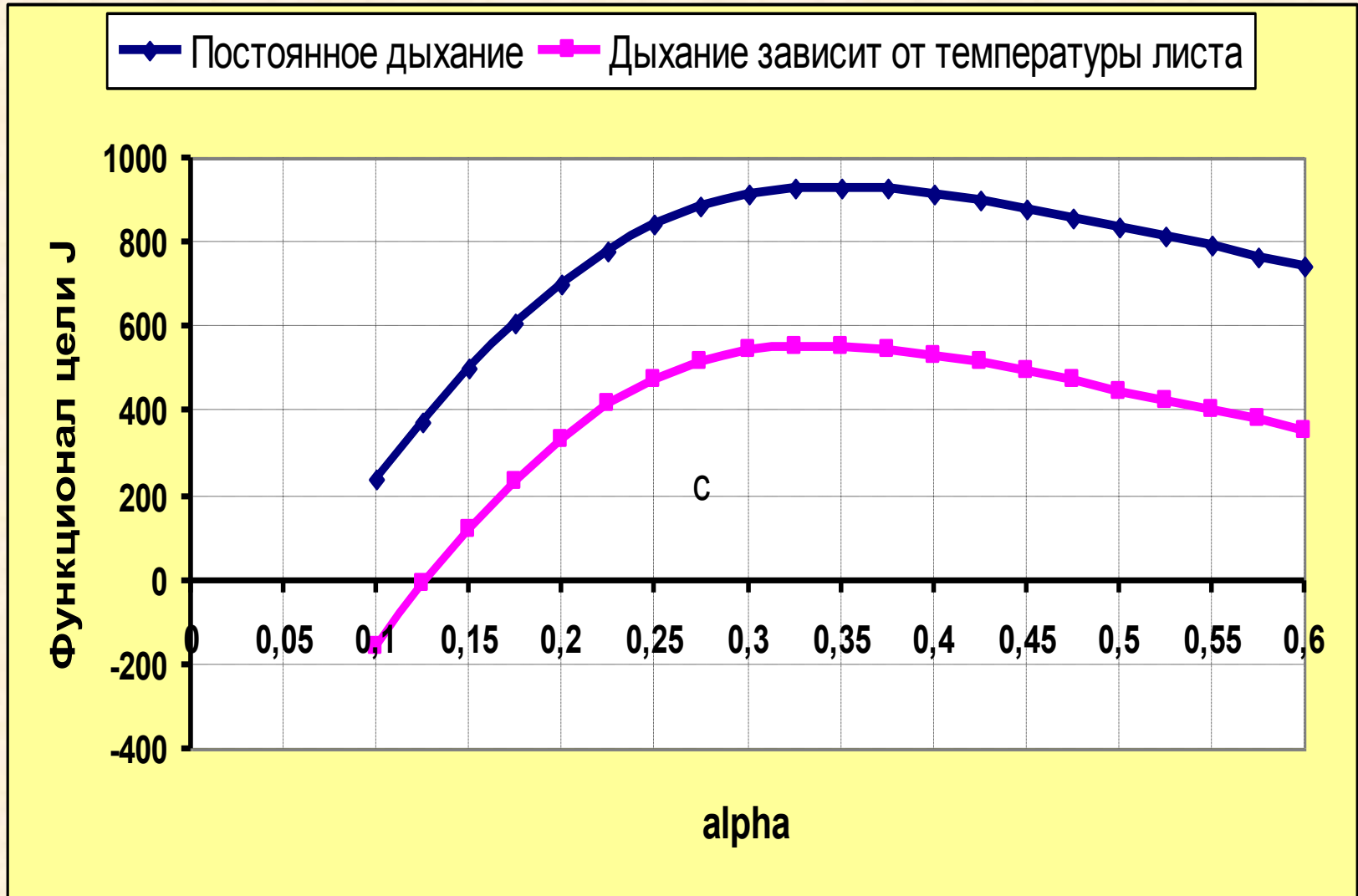
Гипотеза:

$$u_{opt} = \alpha \cdot u_{\max}(W_s)$$

# Решение задачи оптимизации



ГНЦ Агрофизический НИИ,  
Санкт-Петербург (Россия)

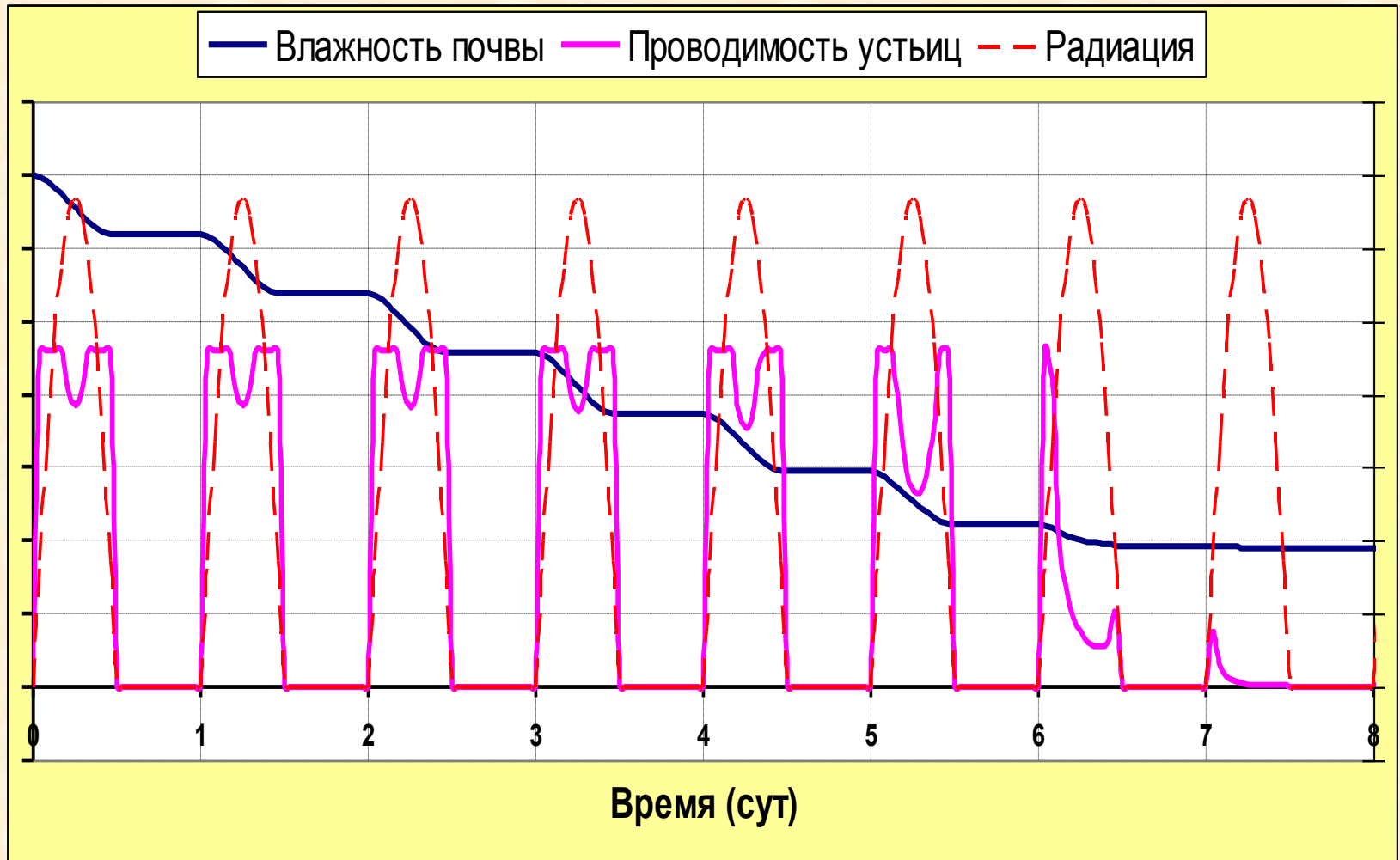






# Решение задачи оптимизации (динамика устьиц в нестационарных условиях)

ГНЦ Агрофизический НИИ,  
Санкт-Петербург (Россия)



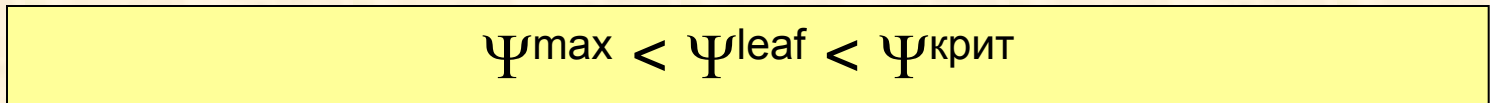
ЭКО  
МАТ  
МОД

# Эффект серьезного стресса (завядание)

Понятие «потенциала выживаемости» и принцип «пожертвовать частью для сохранения целого»

потенциал завядания

потенциал выживаемости



$r_D$  – доля отмирающих листьев

$$r_D = \frac{E(\psi^{\text{leaf}}) - E(\psi^{\max})}{E(\psi_{\text{крит}}) - E(\psi^{\max})}$$

# ВЫВОДЫ

- Механизм влияния степени влагообеспеченности растения на темпы фотосинтеза через устьичную проводимость оказывается достаточным для полного описания негативного влияния засухи на процессы ассимиляции (роста растений).
- Для растений, произрастающих в аридных регионах, эффект замедления или даже полного прекращения ростовых процессов не может адекватно отразить всю степень негативного влияния сильной засухи на продукционный процесс. В этом случае необходимо заложить в модель явный эффект некроза и завядания накопленной зеленой биомассы. Предложенный подход, основанный на рассмотрении критической величины потенциала листа, позволяет описать данные явления с приемлемым уровнем правдоподобия.

*Спасибо за внимание!*