

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА  
ПЕРЕНОСА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА  
ДВУХ ТИПОВ РАСТИТЕЛЬНОСТИ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ  
КОНТРАСТНЫХ СТРУКТУР**

Левашова Н.Т., Мухартова Ю.В.,  
Ольчев А.В.

# Основные уравнения

- Уравнения движения.

$$K_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + K_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + F_x(u, x), \quad 0 \leq x \leq 1000m;$$

$$K_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + K_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{\partial w}{\partial t} = u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + F_z(u, w, x). \quad 0 \leq z \leq 100m.$$

- Уравнение неразрывности  $\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial w}{\partial z}$
- Краевые условия

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{z=0}^{z=1000} = 0; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0}^{z=1000} = 0; \quad \left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{z=0}^{z=1000} = 0; \quad \left. \frac{\partial w}{\partial z} \right|_{z=0}^{z=1000} = 0$$

# Уравнения движения в безразмерных единицах

$$\varepsilon k_x \frac{\hat{c}^2 u}{\hat{c} x^2} - \varepsilon k_x \frac{\hat{c}^2 u}{\hat{c} z^2} - \frac{\hat{c} u}{\hat{c} t} = u \frac{\hat{c} u}{\hat{c} x} - u' \frac{\hat{c} u}{\hat{c} z} - \frac{1}{\varepsilon} \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\hat{c} p}{\hat{c} z} - F_x(u, x) \right)$$

$$\varepsilon k_x \frac{\hat{c}^2 u'}{\hat{c} x^2} - \varepsilon k_x \frac{\hat{c}^2 u'}{\hat{c} z^2} - \frac{\hat{c} u'}{\hat{c} t} = u \frac{\hat{c} u'}{\hat{c} x} - \varepsilon u' \frac{\hat{c} u'}{\hat{c} z} - \frac{1}{\varepsilon} \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\hat{c} p}{\hat{c} z} - F_x(u, u, x) \right)$$

- Единица длины – длина Монины-Обухова  
β-параметр плавучести; κ-постоянная Кармана

$$L = \frac{u_*^2}{\kappa^2 \beta T_*}$$

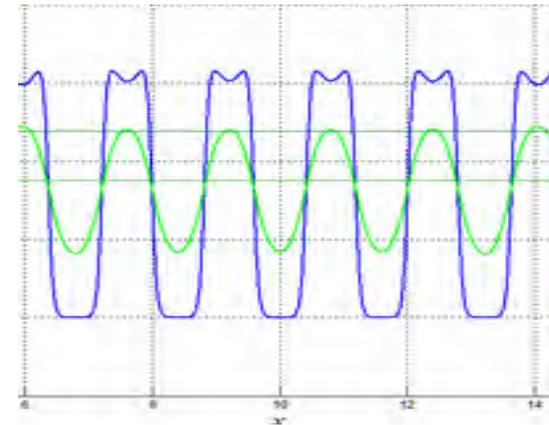
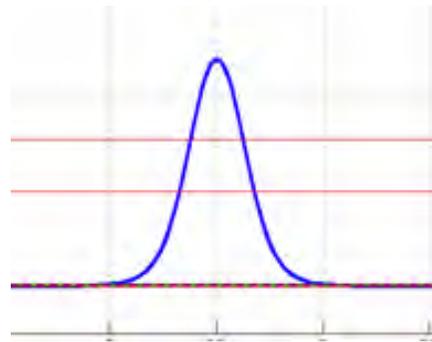
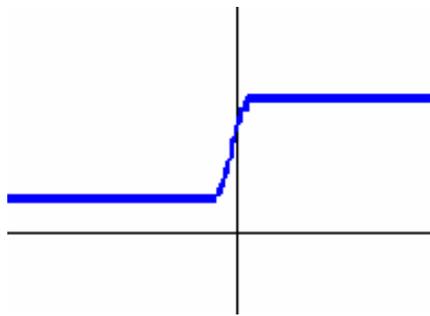
- Единица скорости – динамическая скорость

$$u_* = 0,3 \frac{m}{sec}$$

- $\varepsilon = 0.1 = u_*^2$  – малый параметр

# Контрастные структуры

- Это решения краевых задач с внутренними переходными слоями.



- Возникают в краевых задачах с малым параметром при производных (т.н. сингулярно возмущенных задачах).
- Нефедов, Давыдова. **Контрастные структуры в сингулярно возмущенных уравнениях реакция-диффузия-адвекция**  
МГУ, Физический факультет, 2013

# Выбор правой части.

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - F_z(u, x) = s(z) (u - u^*) (u - \varphi_1(x, z)) (u - u^3)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - F_z(u, u, x) = s(z) (u - (u - u^*)) (u - (u - \varphi_2(x, z))) (u - (u - u^3))$$

- Скорость ветра на открытой местности

$$u^3 = \frac{U^3}{u_*} + \frac{1}{K} \ln \frac{z}{z_{03}}, \quad U^3 = 2 \frac{m}{\text{sec}}; \quad z_{03} = 0,03 m$$

- Скорость ветра в лесу

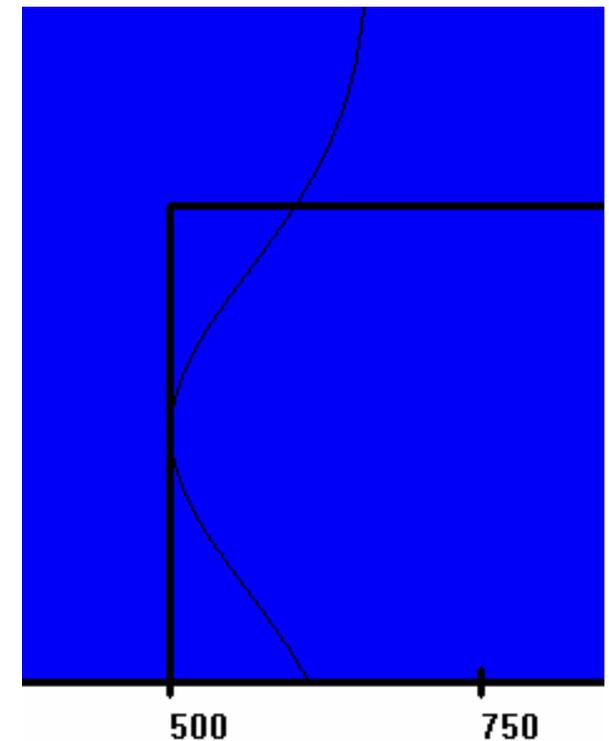
$$u^* = \frac{U^*}{u_*} - \frac{1}{K} \ln \frac{z}{z_{01}}, \quad U^* = 0,5 \frac{m}{\text{sec}}; \quad z_{01} = 0,5 m$$

# Leaf Area Index

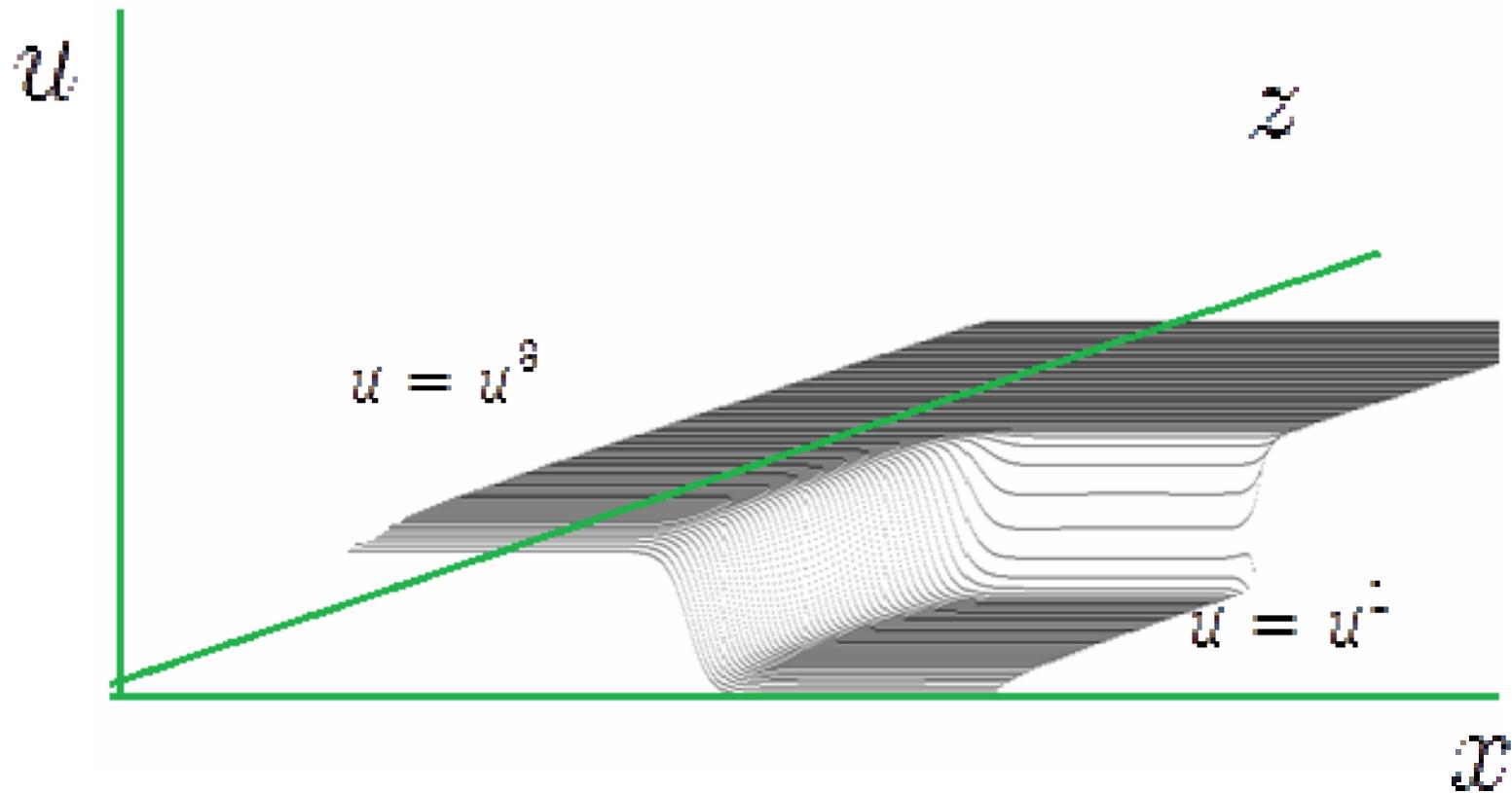
$$s(z) = 0.8 e^{-30(z-0.2)^2} + \frac{1}{4} e^{-100z^2}$$

Коэффициент аэродинамического  
сопротивления

$$C_d = 0.2$$

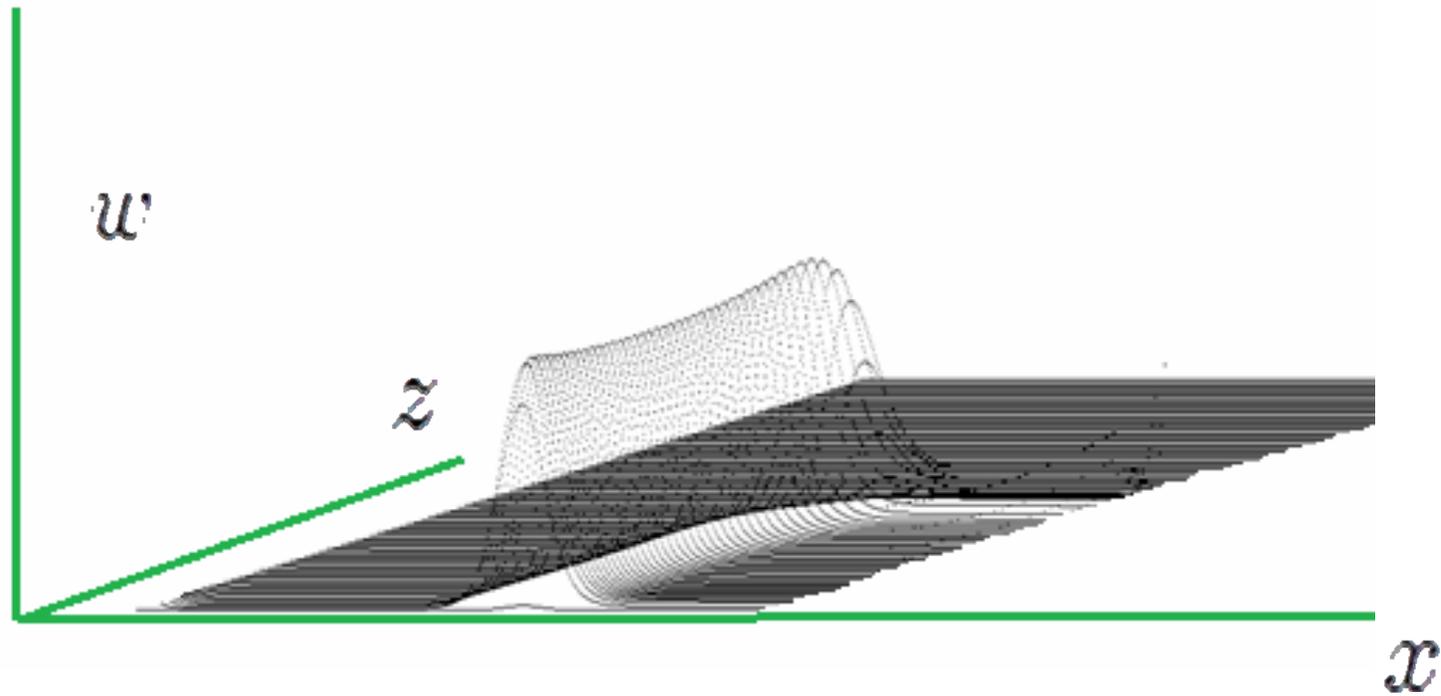


# X-компонента скорости ветра



$w$

# Z-компонента скорости ветра



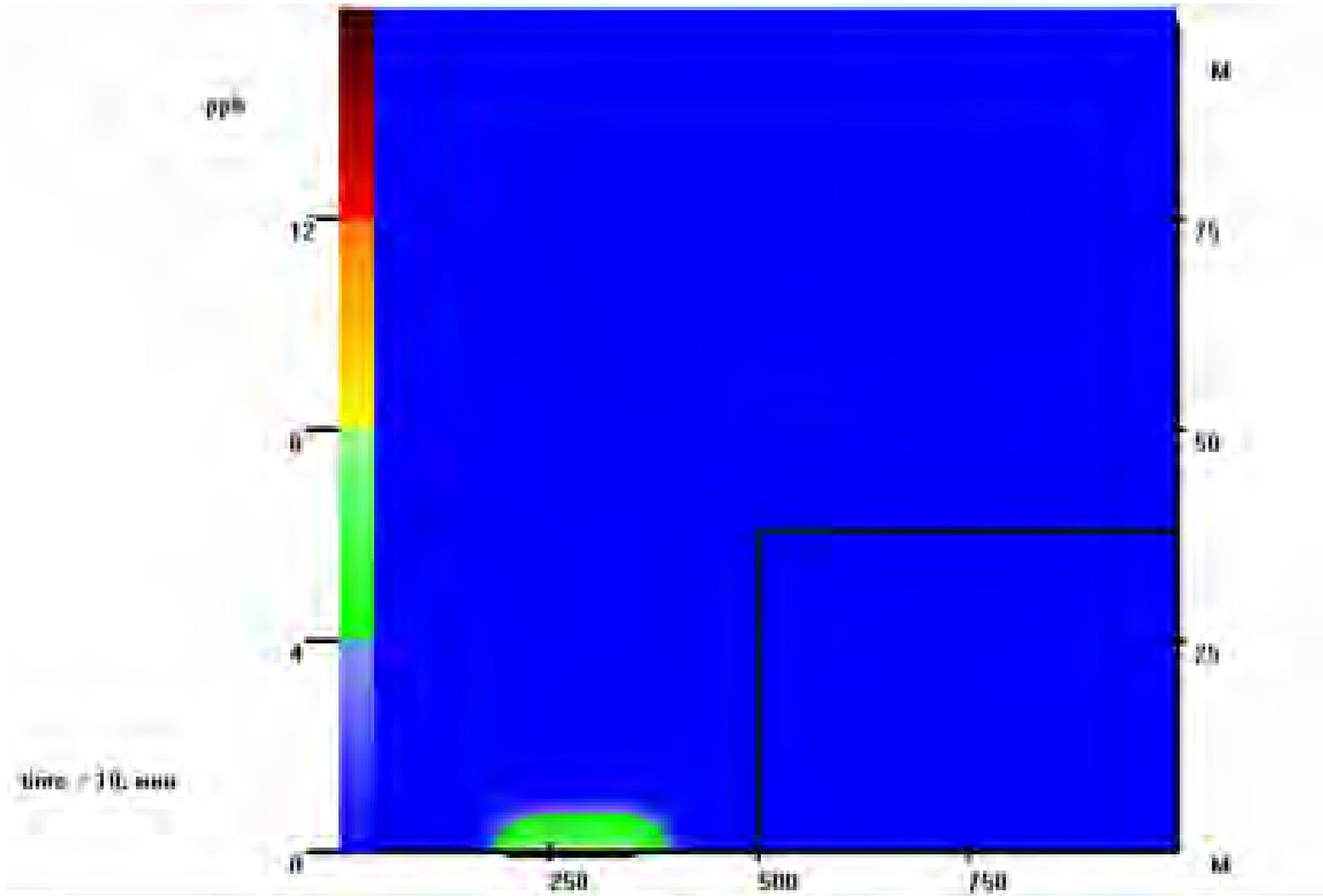
# Уравнение для концентрации газа

$$K_{xD} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_{zD} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \frac{\partial C}{\partial t} = u \frac{\partial C}{\partial x} + w \frac{\partial C}{\partial z} + \text{sink} \cdot C$$

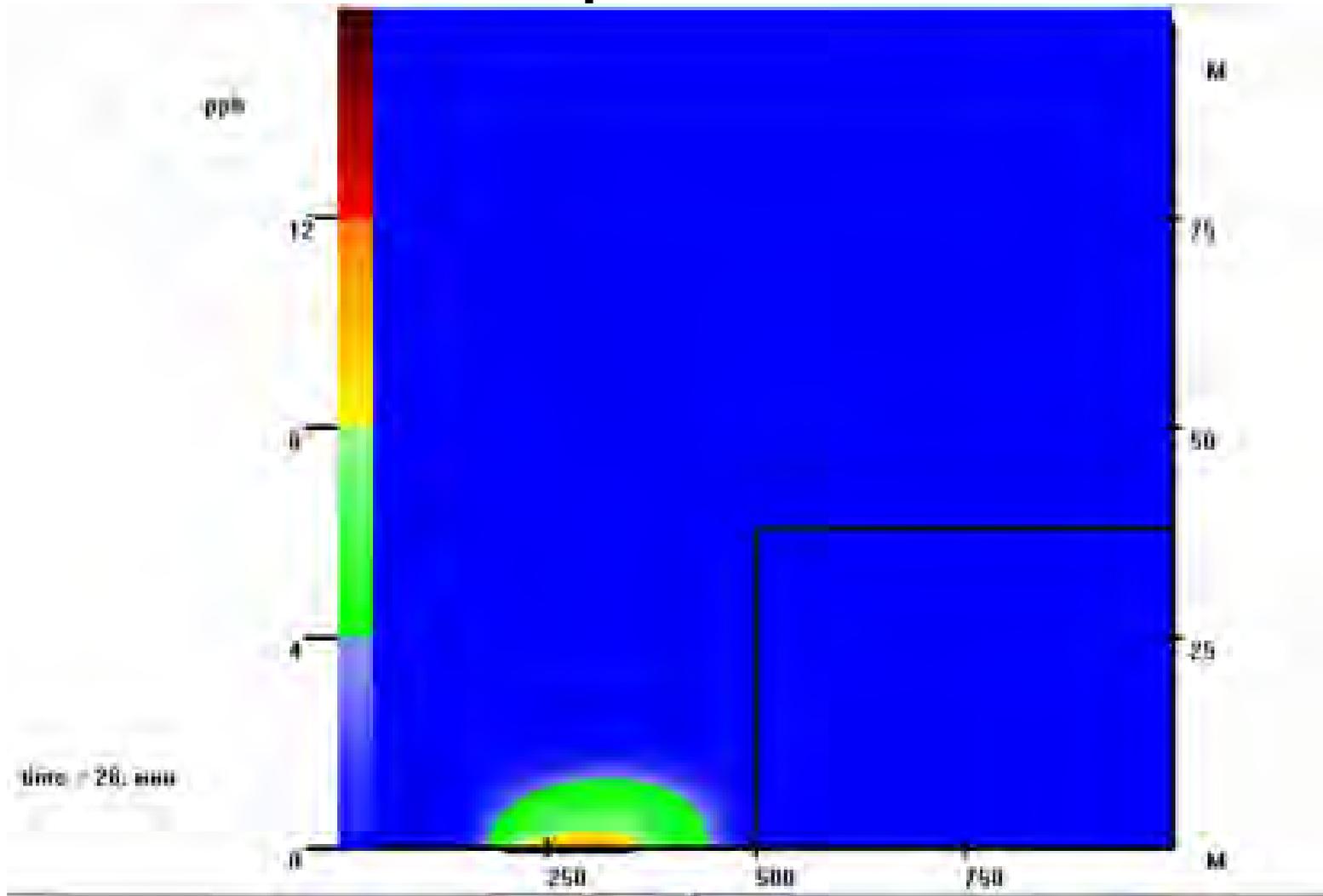
- Краевые условия  $\left. \frac{\partial C}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$ ;  $\left. \frac{\partial C}{\partial z} \right|_{z=100} = 0$ .
- Поток через границу  $z = 0$

$$K_{zD} \left. \frac{\partial C}{\partial z} \right|_{z=0} = -Q. \quad Q = 0.1 \frac{\mu\text{mol}}{\text{m}^2 \text{ sec}}$$

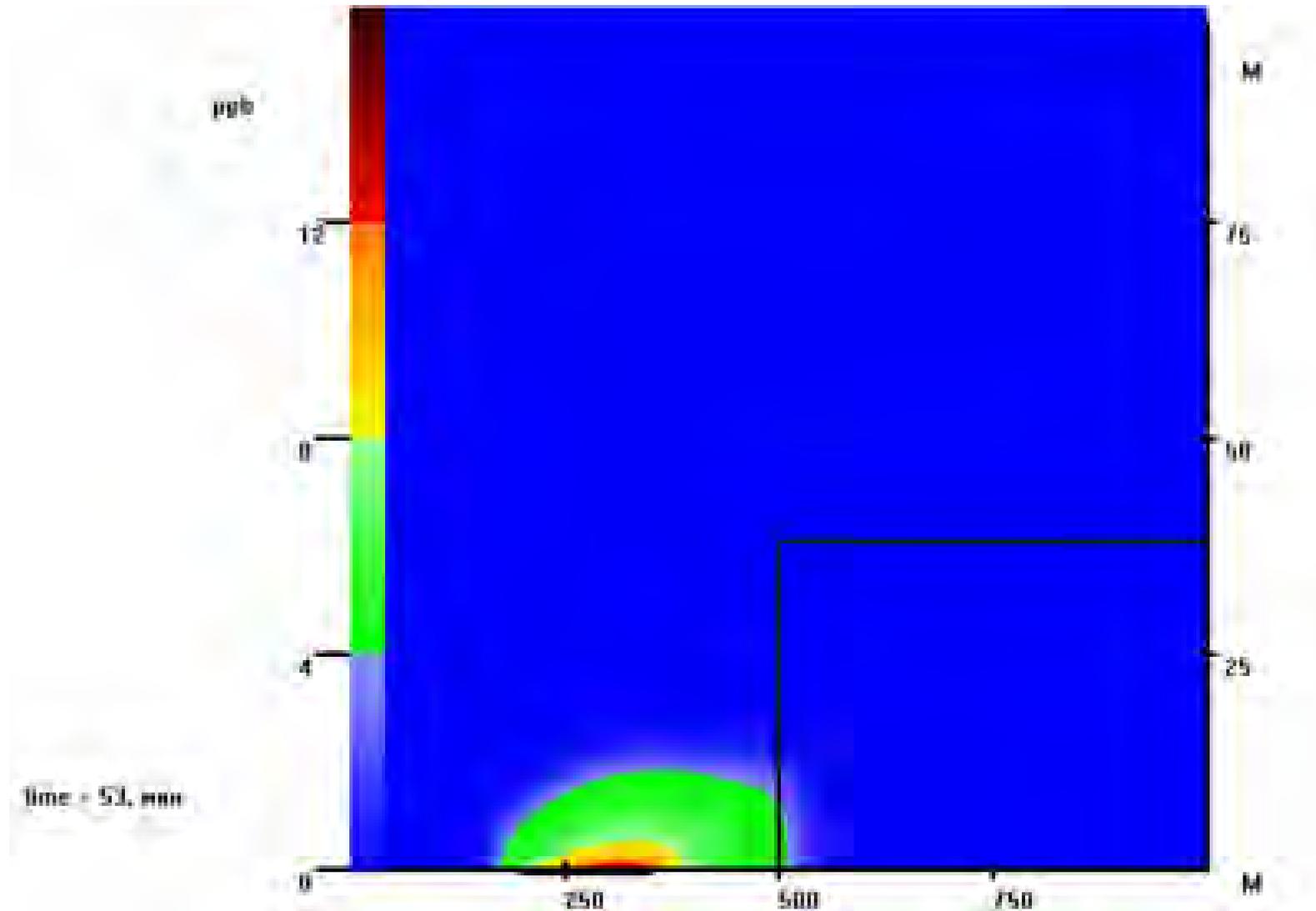
# Концентрация SO<sub>2</sub> через 10 минут после появления источника загрязнения



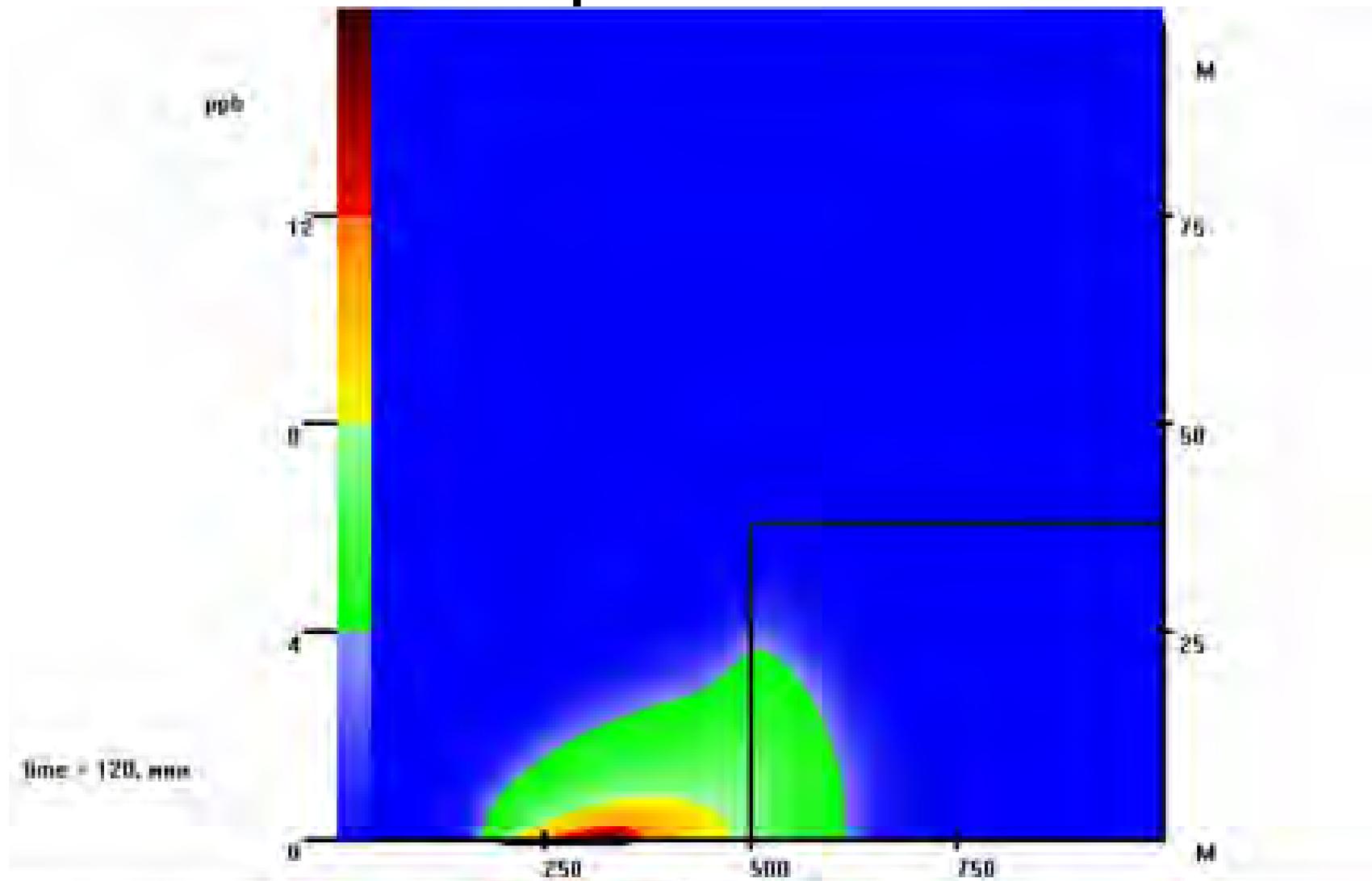
# Концентрация SO<sub>2</sub> через 30 минут после появления источника загрязнения



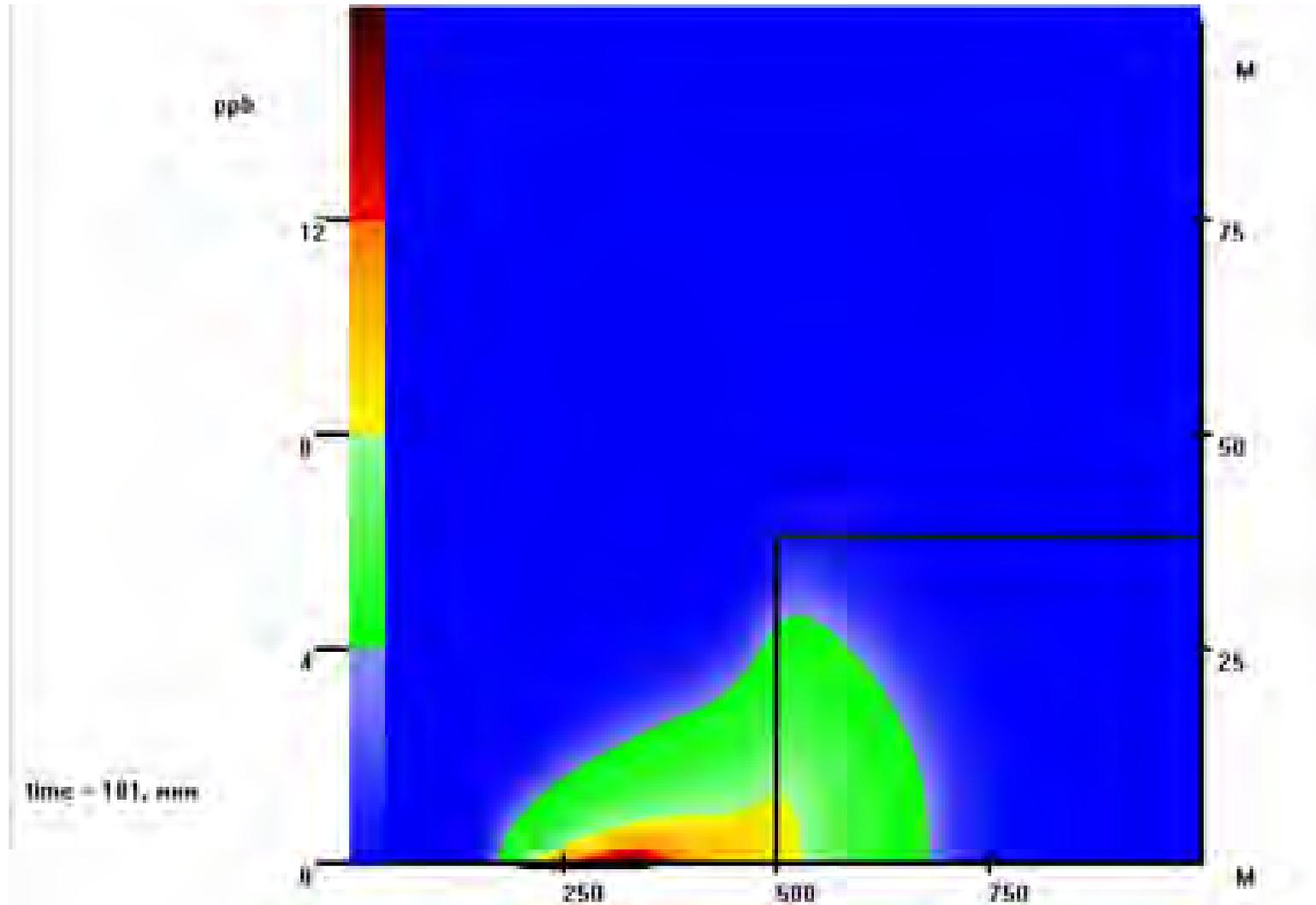
# Концентрация $SO_2$ через 1 час после появления источника загрязнения



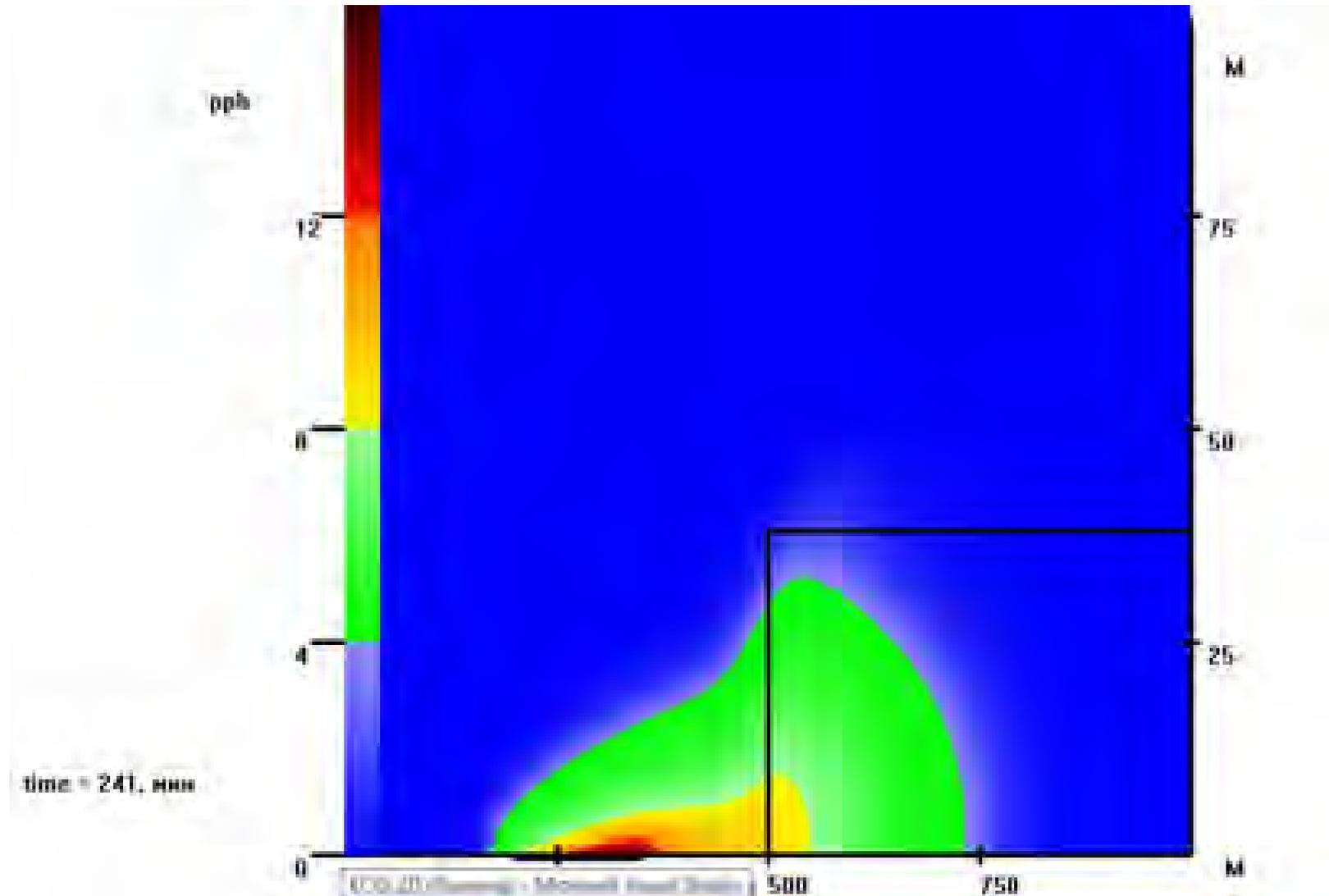
# Концентрация $SO_2$ через 2 часа после появления источника загрязнения



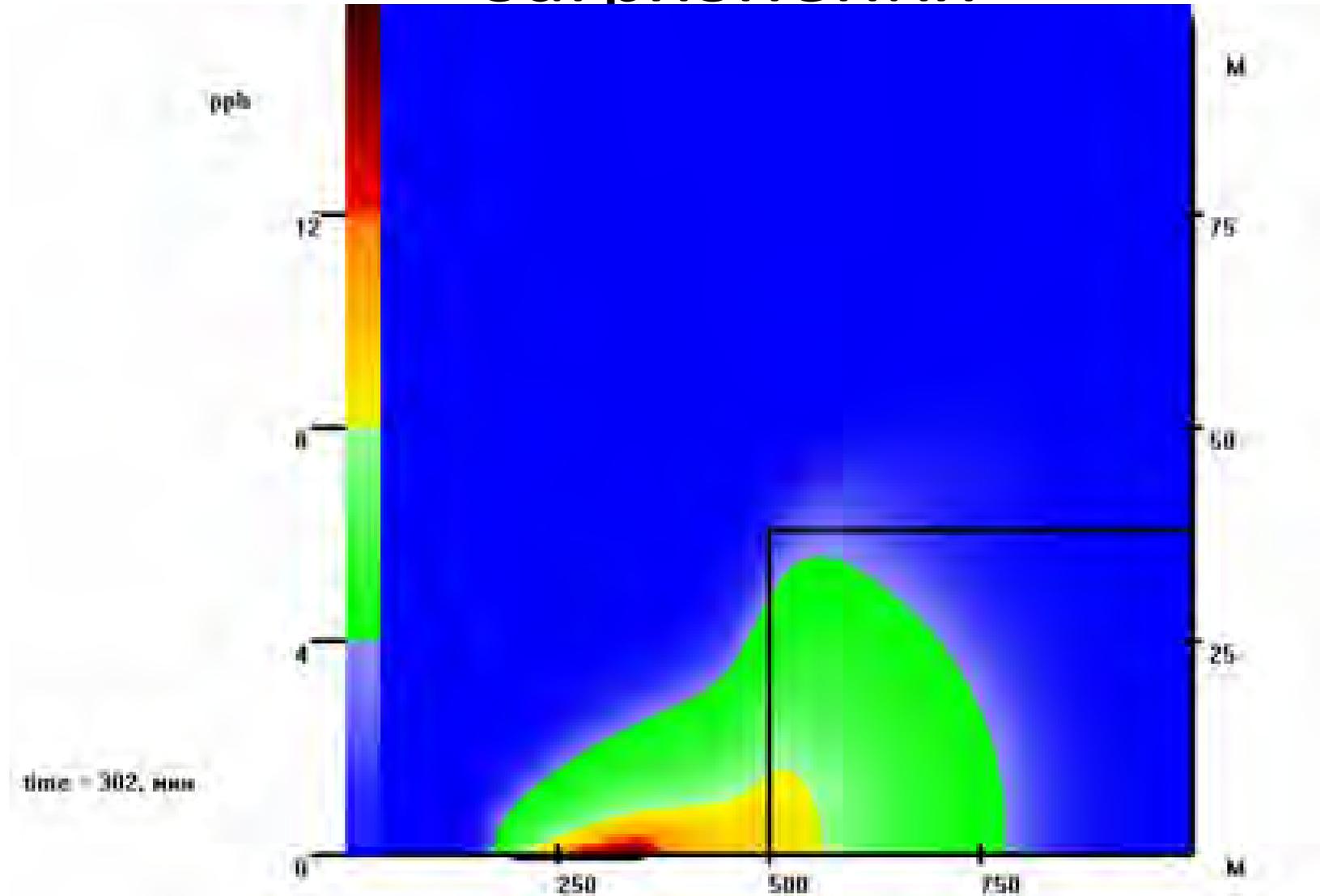
# Концентрация $SO_2$ через 3 часа после появления источника загрязнения



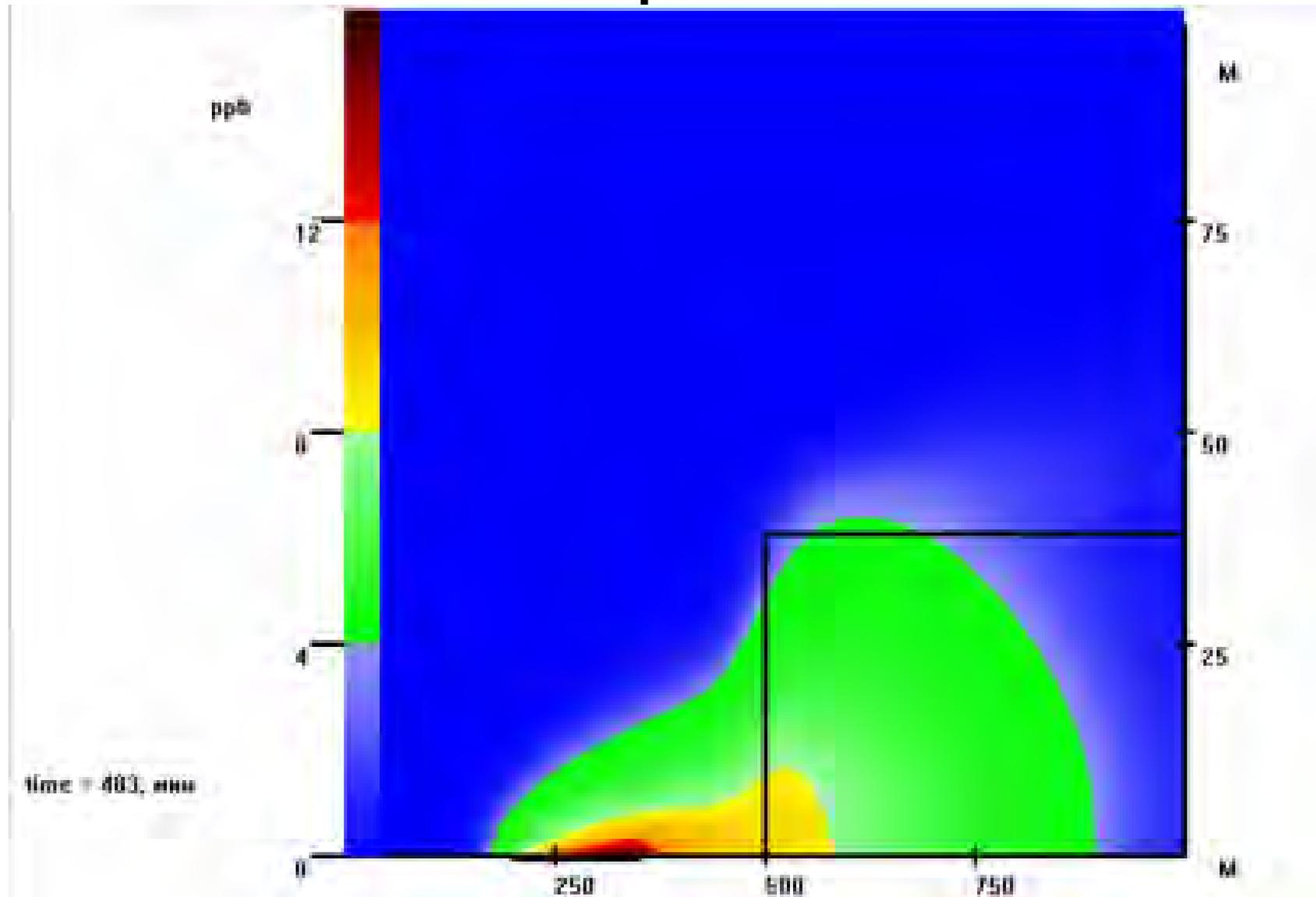
# Концентрация SO<sub>2</sub> через 4 часа после появления источника загрязнения



# Концентрация SO<sub>2</sub> через 5 часов после появления источника загрязнения



# Концентрация SO<sub>2</sub> через 8 часов после появления источника загрязнения



Functions  $u(x)$ ,  $v(x)$

