

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ОШИБОК СРЕДНИХ МНОГОЛЕТНИХ И СРАВНЕНИЕ МНОГОЛЕТНИХ ДИНАМИК ПОКАЗАТЕЛЕЙ В ДЛИТЕЛЬНЫХ ПОЛЕВЫХ ОПЫТАХ

Фрид А.С.

*Почвенный институт им. В.В. Докучаева Россельхозакадемии. Москва. Россия*

[asfrid@mail.ru](mailto:asfrid@mail.ru)

# ВОЗМОЖНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ МНОГОЛЕТНИХ ОПЫТОВ

1. Оценить устойчивость многолетних средних в метеоусловиях разных лет
2. Оценить устойчивость эффектов от доз факторов во времени
3. Оценить связи факторов опыта с изменением свойств почв
4. Изучить многолетние тренды изучаемых показателей
5. Сравнить многолетние средние для вариантов опыта

# ХАРАКТЕРИСТИКА ФРАГМЕНТА ДАННЫХ МНОГОЛЕТНЕГО ОПЫТА

(тестовый пример)

- Люберецкое опытное поле НИУИФ
- 4-польный севооборот с изучением влияния форм К-удобрений
- 3 варианта: без удобрений, NP, NP+Kx
- 23 года от закладки опыта (1944 – 1966)
- 4 полевых повторения
- исследуемый показатель - урожайность

## УСТОЙЧИВОСТЬ ВО ВРЕМЕНИ ЭФФЕКТОВ ОТ ФАКТОРОВ

Результаты ДА урожайности культур в севообороте (ЛОП)

Год	Доля влияния		Уровень значимости		Лучший вариант
	вариант	повторение	вариант	повторение	
1-я ротация					
1944	0.71	0.10	0.01	> 0.10	NP+K <sub>x</sub>
1945	0.69	0.19	0.005	0.10	NP
1946	0.05	0.74	> 0.10	0.025	NP+K <sub>x</sub>
1947	0.56	0.14	0.05	> 0.10	NP
5-я ротация					
1960	0.95	0.02	0.0005	> 0.10	NP+K <sub>x</sub>
1961	0.73	0.07	0.025	> 0.10	NP+K <sub>x</sub>
1962	0.71	0.02	0.025	> 0.10	NP+K <sub>x</sub>
1963	0.93	0.03	0.0005	> 0.10	NP+K <sub>x</sub>

## СХОДСТВО И РАЗЛИЧИЕ МНОГОЛЕТНИХ ДИНАМИК УРОЖАЙНОСТИ ДЛЯ ВАРИАНТОВ

- как сопряжённые выборки - сходство в кластер-анализе - дисперсионный анализ
- корреляция между временными рядами

Попарное сравнение 23-летних временных динамик средних урожайностей культур в вариантах по параметрическому и непараметрическому критериям

Сравниваемые варианты	Урожайность				
	фактическая, ц/га	з.е., ц/га	к.е., ц/га	% от среднего	% от максимума
Контроль и NP	<u>-19.6</u> (t: 0.01) (U: -)	<u>-4.9</u> (t: 0.05) (U: -)	<u>-7.25</u> (t: 0.02) (U: -)	<u>-17.4</u> (t: 0.01) (U: 0.01)	<u>-12.5</u> (t: 0.01) (U: 0.01)
Контроль и NP+K <sub>x</sub>	<u>-41.7</u> (t: 0.001) (U: -)	<u>-9.8</u> (t: 0.001) (U: -)	<u>-13.1</u> (t: 0.001) (U: 0.05)	<u>-35.2</u> (t: 0.001) (U: 0.01)	<u>-24.0</u> (t: 0.001) (U: 0.01)

Обозначения: в числителе – средняя разность за все годы, в знаменателе – уровень значимости для отличия средней разности от нуля по t- и U-критериям; прочерк означает, что уровень значимости > 0.05.

## СРАВНЕНИЕ СРЕДНИХ МНОГОЛЕТНИХ

$$M[ \dots ] = (1/k) \cdot \sum_1^k M[x_i] ,$$

$$D[ \dots ] = (1/k^2) \cdot \sum_1^k D[x_i] + (2/k^2) \cdot \sum_{i < j} K_{ij} .$$

Если все  $x_i$  некоррелированы между собой, то  $K_{ij} = 0$ , и для дисперсии среднего получаем

$$D[ \dots ] = (1/k^2) \cdot \sum_1^k D[x_i] .$$

## УСРЕДНЕНИЕ ОШИБОК СРЕДНИХ ДЛЯ НЕСКОЛЬКИХ ВЫБОРОК

$$m_{\text{cp}}^2 = \frac{\sum_1^k [m_i^2 \cdot n_i \cdot (n_i - 1)]}{(\sum_1^k n_i - k) \cdot (\sum_1^k n_i)} . \quad (7)$$

$$M_{\text{cp}} = \sum_1^k (M_i / m_i^2) / \sum_1^k (1 / m_i^2) , \quad (8)$$

$$m_{\text{cp}}^2 = 1 / \sum_1^k (1 / m_i^2) , \quad v = \text{величина неопределенная}, \quad (9)$$

Если в формуле (7) положить, что объёмы всех выборок равны между собой ( $n_i = n$ ), то получим

$$m_{\text{cp}} = (1/k) \cdot \sqrt{\sum_1^k m_i^2} , \quad v = k \cdot n - k, \quad (7a)$$

Если дополнительно допустить, что и все ошибки средних для выборок равны ( $m_i = m$ ), то из (9) и из (7a) получим

$$m_{\text{cp}} = m / \sqrt{k} , \quad (9a)$$

## УСРЕДНЕНИЕ ОШИБОК СРЕДНИХ (ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ)

Статистическое обобщение средних урожайностей и их ошибок за период 1944-1966 гг.  
для вариантов длительного опыта

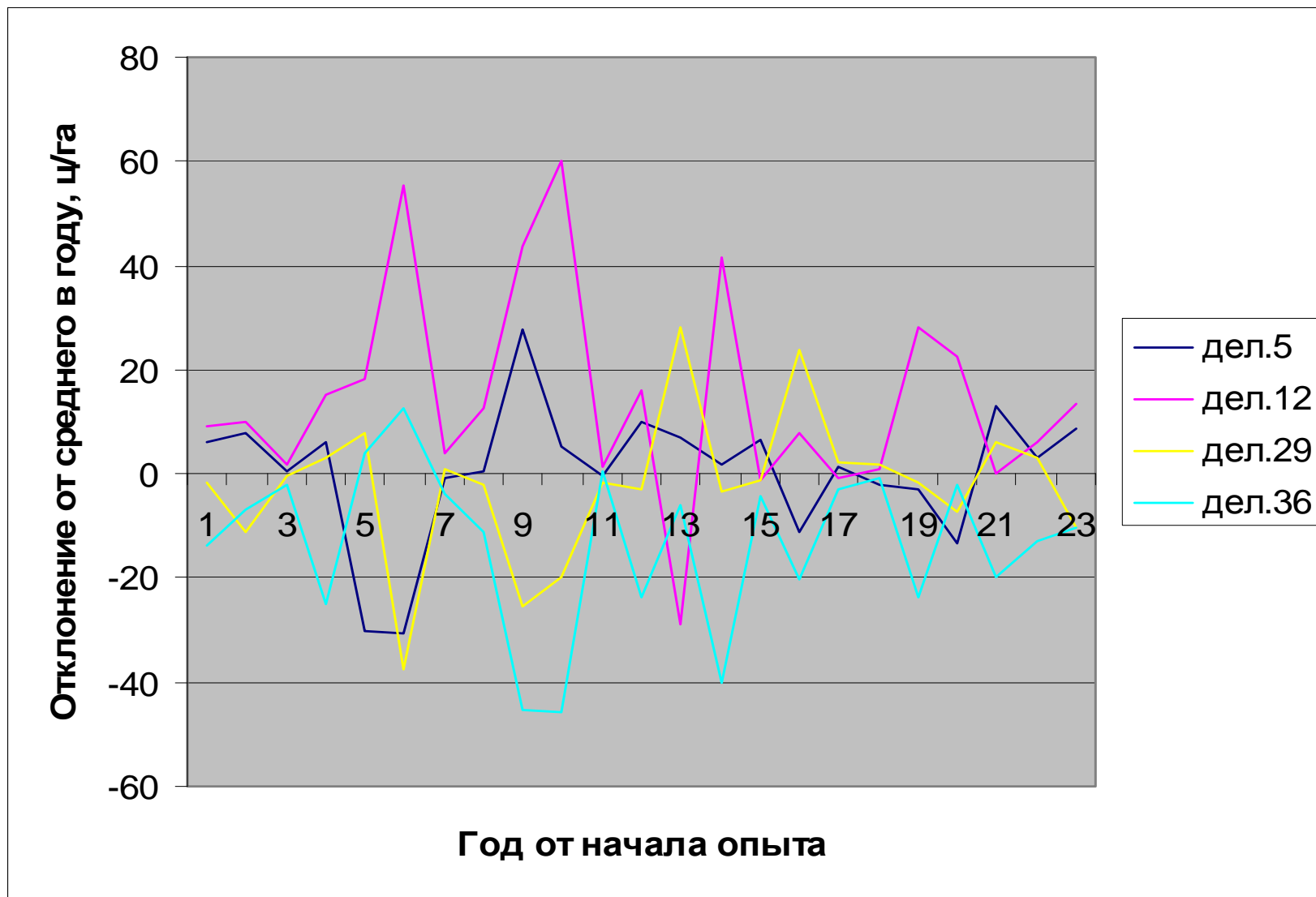
Вариант	Зерновые единицы, ц/га			Кормовые единицы, ц/га		
	Среднее арифметическое	Способ обобщения ошибок средних		Среднее арифметическое	Способ обобщения ошибок средних	
		1	2		1	2
Контроль	23.3	0.40	0.16	28.4	0.49	0.20
NP	28.2	0.38	0.18	35.6	0.47	0.22
NP+K <sub>x</sub>	33.1	0.78	0.22	41.5	0.91	0.32

Примечание. 1-й способ обобщения ошибок средних предполагает, что для разных лет генеральные средние разные, а дисперсии одинаковые; 2-й способ – выборки разных лет принадлежат одной и той же генеральной совокупности.



# ВРЕМЕННАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ОШИБКИ СРЕДНЕГО МНОГОЛЕТНЕГО

Отклонения фактической урожайности культур (ц/га) от годовых средних значений для четырех повторностей контрольного варианта.



## ОШИБКА СРЕДНЕГО ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ПОСЛЕ ВЫЧИТАНИЯ ТРЕНДА

Вариант	Номер делянки	Среднее по ряду	Ошибка среднего			
			после вычитания тренда и с учетом автокорреляции			
			для делянок	обобщенная для варианта		
				(7)	(9)	относительная, %
зерновые единицы, ц/га						
контроль	5	23.7	2.6	1.3	0.26	1.1
	12	25.5	0.26			
	29	23.3	3.5			
	36	20.5	2.8			
кормовые единицы, ц/га						
контроль	5	30.4	5.4	2.9	2.7	9.2
	12	33.1	4.5			
	29	29.7	6.3			
	36	26.5	6.4			

## СУММАРНАЯ ОШИБКА СРЕДНИХ МНОГОЛЕТНИХ, ВКЛЮЧАЮЩАЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЕ И ВРЕМЕННОЕ ВАРИИРОВАНИЕ

$$m_{\Sigma}^2 = S_{cp}^2 = \left(1 - \frac{n_{повт}}{N_{инд}}\right) \cdot m_{дел}^2 \cdot n_{врем} + m_{врем}^2$$

Вариант	Зерновые единицы, ц/га			Кормовые единицы, ц/га		
	Среднее арифметическое	Способ обобщения ошибок средних		Среднее арифметическое	Способ обобщения ошибок средних	
		1	2		1	2
Контроль	23.3	2.2 (34)	0.77 (11)	28.4	3.7 (63)	2.8 (90)
NP	28.2	2.9 (64)	2.4 (89)	35.6	4.2 (74)	3.6 (92)
NP+K <sub>x</sub>	33.1	4.0 (20)	2.0 (74)	41.5	5.4 (42)	3.7 (85)

Обозначение. В скобках показана доля (%) временного варьирования в квадрате суммарной ошибки  $m_{\Sigma}^2$ .

## ВЫВОДЫ

1. Оценки устойчивости действия факторов опыта, сходства и различия многолетних динамик обеспечиваются традиционными статистическими методами, хотя результаты могут быть неоднозначны.
2. Временные тренды показателей для вариантов и для соответствующих им делянок-повторностей могут не соответствовать друг другу из-за различных причин. Поэтому в общем случае желательно анализировать и делянки, и варианты, как с точки зрения тренда, так и ошибок средних многолетних.
3. И пространственная и временная составляющие ошибки многолетнего среднего для вариантов не имеют в общем случае однозначной оценки.
4. Тем не менее возможен подход к оценке суммарной ошибки многолетнего среднего для вариантов опыта.

БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ